Lycée Remada Tataouine	Professeur : M^{R} Hamdi
Année Scolaire : 2016 – 2017	Classe : 3ème Technique
Date : 8 Mars 2017	Durée : 2 heures

Devoir de contrôle N°3
Mathématiques

Exercice 1 (5 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est correcte, mettre une croix dans la bonne case.

Questions	Réponses
1. Le réel $\frac{\pi}{6}$ est une solution quelconque de	❒ $\sin(x) > \cos(x)$ ❒ $\cos(2\,x) < \sin(x)$ ❒ $\tan(6\,x) < 1$
2. Soit a un réel, la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(8\,x)}{2\,x} & \text{si } x \neq 0 \\ 2\,a & \text{si } x = 0 \end{cases}$ est continue en 0	❒ pour $a = 8$ ❒ pour $a = 2$ ❒ pour $a = 4$
3. Le nombre dérivé de la fonction $f : \longmapsto \sqrt{x}$ en $\frac{2}{\pi^2}$ est égal à	❒ $\frac{\pi}{4}$ ❒ $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ ❒ $\frac{\pi}{\sqrt{8}}$
4. Soit S l'ensemble des solutions de l'équation : $\cos(x) = \sin(x)$ dans l'intervalle $[-3\,\pi, 3\,\pi]$. Le cardinal de S est égal à	❒ 4 ❒ 6 ❒ 8
5. La limite de la fonction $f : \longmapsto \frac{1-x^2}{\sqrt{1+x}}$ à droite en -1 est égale à	❒ $+\infty$ ❒ -1 ❒ 0

Exercice 2 (4 points)

1/ Soit $x \in \mathbb{R}$, montrer que l'on a :

$$8\cos^4(x) - 8\cos^2(x) + 1 = \cos(4x)$$

2/ a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $8y^4 - 8y^2 + \dfrac{1}{2} = 0$.

b) Montrer que $\cos\dfrac{\pi}{12}$ est une solution de (E).

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$

Exercice 3 (5 points)

Les questions suivantes sont indépendantes.

1/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0,4]$ l'équation : $\cos(2\pi x) = \sin(2\pi x)$

2/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[-2\pi, 2\pi]$ l'inéquation :

$$3\sqrt{3} - 6\cos(6x) > 0$$

3/ Calculer $\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\sin\dfrac{\pi}{8}$ puis déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{\pi}{24}$

Exercice 4 (6 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x\sqrt{x} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ \dfrac{2x^2 + 4x - 6}{\sqrt{x-1}} & \text{si } x > 1 \\ 3x^3 + 2x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1/ Déterminer $\mathscr{D}_f$ le domaine de définition de f.

2/ a) Calculer $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

3/ a) Montrer que f est dérivable en -1 et que $f'(-1) = 5$.

b) Interpréter ce résultat graphiquement.

4/ a) Montrer que f est continue en 0.

b) Etudier la continuité de f en 1.