

Lycée Jelma		2013/2014	
		Devoir de synthèse n°3	
SECTION :	3 ^{ème} technique		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 3

Exercice 1 : (3 points)

1) Calculer : $\frac{12!}{9!}$; C_6^3 ; A_9^5 .

2) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (5 + x)^2$; $n > 2$.

a- Utiliser la formule de binôme de Newton pour donner une autre expression de $f(x)$.

b- Calculer de deux manières différentes $f'(x)$.

Exercice 2 : (3 points)

Une urne contient neuf boules indiscernables au toucher, quatre blanches, trois rouges et deux noires.

1/ On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne, on considère les événements :

E « obtenir trois boules de même couleur »

F « obtenir une boule blanche pour la première fois au deuxième tirage »

G « obtenir au moins une boule blanche »

Calculer la probabilité de chacun des événements E , F , G $E \cap F$ et $G \cup F$.

2/ On dispose d'un dé cubique non truqué dont deux faces portent le nombre 1 et les quatre autres le nombre 2. On lance une fois le dé , calculer la probabilité des événements :

E_1 « obtenir le nombre 1 » et E_2 « obtenir le nombre 2 »

3/ On lance une fois le dé puis :

-si on obtient le nombre 1 alors on tire successivement et sans remise deux boules de l'urne

-si on obtient le nombre 2 alors on tire simultanément deux boules de l'urne

Calculer la probabilité de chacun des événements :

A « obtenir deux boules de même couleur », B « obtenir une boule noire et une boule blanche »

Exercice 5 : (4 points)

Soit le cube OADBCEGF et soit les points R , S , T vérifiant $\overrightarrow{OR} = 2\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{DT} = 2\overrightarrow{DG}$

1) a- Montrer que $\overrightarrow{RD} = \overrightarrow{AB}$ et que D est le milieu de [R S]

b- Montrer que $\overrightarrow{RS} = 2\overrightarrow{EF}$, en déduire la position de (EF) et (RS)

On considère maintenant le repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$

2) a- Montrer que R (2 , 0 , 0), S (0 , 2 , 0) et T (1 , 1 , 2)

b- vérifier que C , R et S sont non alignés

3) a- Soit le plan P = (CRS), montrer que P : $x + y + 2z - 2 = 0$

b- Montrer que $(OT) \perp P$

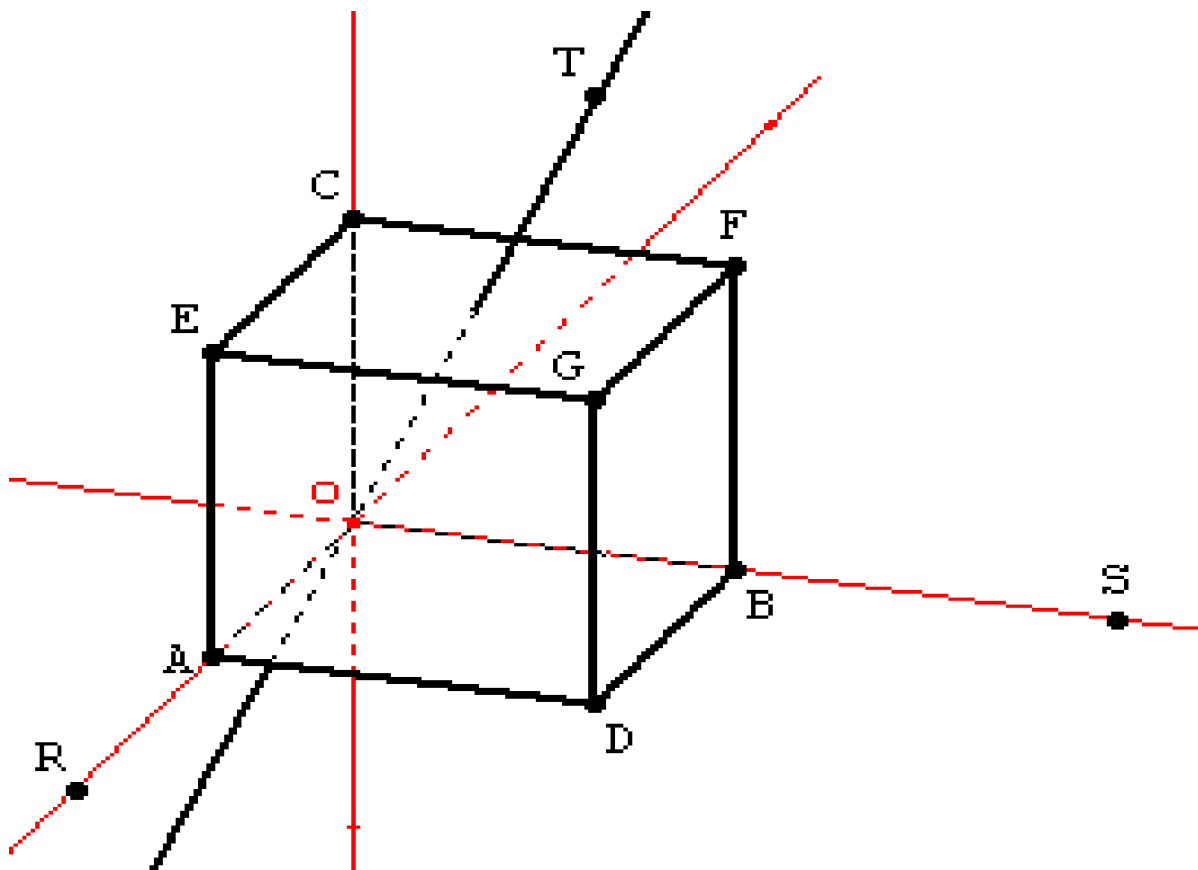
c- La droite (OT) coupe P en H , déterminer les coordonnées de H

d- Déterminer de deux manières différentes la distance de O à P

4) Soit Q le plan passant par C et de vecteur normal $\overrightarrow{n_Q} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$

a- Ecrire une équation cartésienne de Q

b- Montrer $Q \perp P$ et que $Q \cap P = (RC)$



Exercice 6 : (4 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1) On considère le plan P passant par le point $B(1 ; -2 ; 1)$ et de vecteur normal $\vec{n} = -2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ et le plan Q d'équation cartésienne $x + 2y - 7 = 0$.

a- Démontrer que les plans P et Q sont perpendiculaires.

b- Déterminer l'intersection des plans P et Q et montrer que c' est la droite Δ passant par le point $C(-1 ; 4 ; -1)$ et de vecteur directeur : $u = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

c- Soit le point $A(5 ; -2 ; -1)$.

Calculer la distance du point A au plan P, puis la distance du point A au plan R.

d- En déduire la distance du point A à la droite Δ .

2) Soit , le point Mt de coordonnées $(1 + 2t ; 3 - t ; t)$ où , t est un réel .

a- Déterminer en fonction de t la longueur AM.

On note $\varphi(t) = AM$. On définit ainsi une fonction φ de IR dans IR.

b- Montrer que φ est dérivable sur IR et que $\varphi' = \frac{6(t-2)}{\sqrt{(2t-4)^2 + (5-t)^2 + (t+1)^2}}$

c- Dresser le tableau de variation de φ . Préciser son minimum.

d- interpréter géométriquement la valeur de ce minimum.