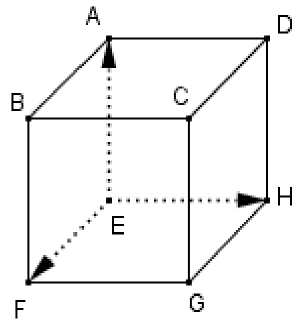
LYCEE SAID BOU BAKKER MOKNINE **DEVOIR DE SYNTHESE N°3** Juin 2016	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : 3 H Coefficient : 3
$3^{ème}$SCIENCES TECHNIQUES 1/2	**PROFESSEUR : SALAH HANNACHI**

Le sujet comporte quatre exercices répartis en trois pages

EXERCICE 1 : (3 points)

Pour chacune des propositions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.



A/ La figure ci-contre représente un cube ABCDEFGH d'arête 1.

On muni l'espace du repère orthonormé $(E, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EH}, \overrightarrow{EA})$.

1) Le produit scalaire $\overrightarrow{EH}.\overrightarrow{EB}$ est égale à :

a) $\sqrt{2}$ **b)** 0 **c)** 1

2) Le vecteur $\overrightarrow{GE} \wedge \overrightarrow{GH}$ est égal à :

a) $\overrightarrow{CG}$ **b)** $\overrightarrow{GC}$ **c)** $\overrightarrow{GF}$

B/ 1) On lance simultanément 3 dés parfaits de couleurs différentes dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on lit les chiffres apparus sur les faces supérieures des trois dés. Alors la probabilité d'obtenir 3 chiffres pairs est égal à :

a) $\frac{3^3}{6^3}$ **b)** $\frac{C_3^3}{C_6^3}$ **c)** $\frac{A_3^3}{A_6^3}$

2) Soit (u_n) la suite réelle définie sur IN par : $u_n = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$ alors (u_n) :

a) est croissante **b)** est décroissante **c)** n'est pas monotone

EXERCICE 2 : (5 points)

Un sac contient 9 jetons répartis comme suit : $\begin{cases} \textbf{4} \text{ jetons } \textbf{blancs} \text{ marqués : } \textbf{1, 1, 2, 4} \\ \textbf{5} \text{ jetons } \textbf{rouges} \text{ marqués : } \textbf{2, 2, 2, 3, 4} \end{cases}$

On suppose que tous les jetons sont identiques.

I/ On tire au hasard, **Successivement et avec remise trois jetons** du sac.

1) Dénombrer tous les tirages possibles.

2) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Trois jetons rouges ». B : « Au moins un jeton blanc »

C : « Trois jetons dont la somme des numéros marqués est égale à 7 »

D : « Un seul jeton blanc et un seul jeton portant un numéro pair »

II/ On tire au hasard, **Successivement et sans remise quatre jetons** du sac.

1) Dénombrer tous les tirages possibles.

2) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

E : « Le premier et le dernier jeton tiré porte chacun le numéro 2 ».

F : « Obtenir exactement deux jetons marqués 2 ».

G : « Le premier jeton tiré est rouge et le deuxième jeton tiré est marqué 2 ».

III/ On tire au hasard et **simultanément** deux jetons du sac. On considère le jeu suivant :

⁕ Si les jetons tirés portent le même numéro, alors on gagne un nombre de points égal à ce numéro commun.

⁕ Si les jetons tirés portent des numéros différents, alors on gagne un nombre de points égal au produit de ces deux numéros. Calculer la probabilité que le joueur gagnait 4 points.

EXERCICE 3 : (6 points)

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne la droite D définie par le système d'équations paramétriques : $\begin{cases} x = 2 + 3\alpha \\ y = 1 - \alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases}$; $(\alpha \in IR)$

1) Vérifier que la droite D passe par le point A(5,0,2)

2) Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par le point E(1,2,-6) et perpendiculaire à la droite D.

3) Sachant que le plan P a pour équation : $3x - y + z + 5 = 0$, déterminer les coordonnées du point H intersection de D et P.

4) Soit le plan Q d'équation : $x + 2y - z - 9 = 0$.

a) Vérifier que les plans P et Q sont perpendiculaires.

b) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection (qu'on notera Δ).

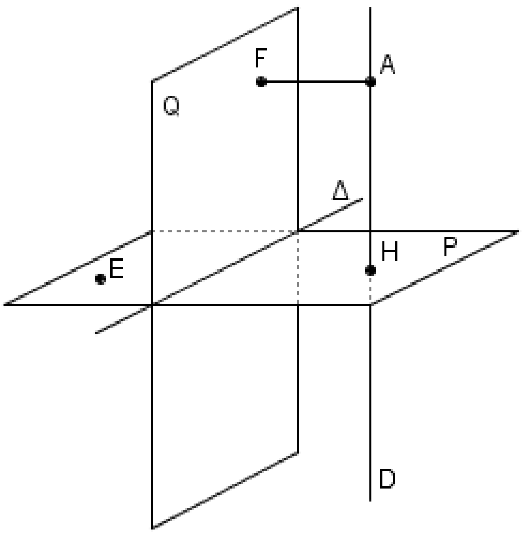
5) Soit F le projeté orthogonal de A sur le plan Q.

a) Déterminer les coordonnées du point F

b) Sachant que F(6,2,1) et H(-1,2,0), calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle EFH.

6) a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (EF).

b) Montrer que les droites D et (EF) ne sont pas coplanaires.



EXERCICE 4 : (6 points)

I/ Voici ci-contre le tableau de variation de la fonction g définie sur IR\{1} par :

$g(x) = \frac{ax^2+4x+b}{(x-1)^2}$, où a et b sont deux réels.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
g	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-2

La courbe (C) de la fonction g dans un repère orthonormé (O, I, J) coupe l'axe (O,J) en un point E(0,-3).

1) En utilisant les données, montrer que a=-2 et b=-3

2) Prouver que pour tout x∈ IR\{1}, $g(x) < 0$

II/ Soit la fonction f définie sur IR\{1} par : $f(x)= \frac{2x^2-3x}{x-1}$

On note (C) la courbe représentative de f selon un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) a) Montrer que : $f'(x) = -g(x)$ pour tout $x \in$ IR\{1}

   b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

2) Montrer que la droite $\Delta : y = 2x - 1$ est une asymptote à (C) au V(+∞) et au V(-∞).

3) a) Montrer que pour tout $x \in$ IR\{1}, on a : $f(2-x) + f(x) = 2$

   b) Que peut on en déduire à propos du point A(1,1).

4) Etudier la position de (C) par rapport à la droite Δ.

5) Tracer la droite Δ et la courbe (C).

III/ Soit la suite (u_n) définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1) Montrer par récurrence que pour tout n ∈ IN, on a : $u_n \geq 3$

2) a) Vérifier que $u_1 > u_0$

   b) Montrer par récurrence que (u_n) est une suite croissante.