

Exercice N°1:

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par:
$$\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \frac{-4}{u_n + 4} \end{cases}$$

1- Montrer que $u_n < -2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

2- Soit v la suite définie sur \mathbb{N} par: $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$

- a. Montrer que la suite v est une suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{2}$ et de premier terme v_0 que l'on précisera
- b. Exprimer v_n en fonction de n
- c. Déduire l'expression de u_n en fonction de n

Exercice N°2:

Soit u la suite définie sur \mathbb{N} par:
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer u_1 et u_2
- b) Montrer que $u_n > 1$ pour $n \in \mathbb{N}$
- c) Montrer que $u_{n+1} - u_n > 0$ pour $n \in \mathbb{N}$

2) On définit la suite v sur \mathbb{N} par: $v_n = u_n - 1$

- a) Montrer que la suite v est géométrique
- b) Calculer v_n puis u_n en fonction de n

3) a) Calculer en fonction de n la somme $S_n = \sum_{k=0}^n v_k$

b) Déterminer la plus petite valeur n_0 de n pour que $S_n \geq 10^3$

Exercice N°3:

Calculer s'ils existent les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^3 + 1},$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 3x^3 + 2x + 1), \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x + 1} - \sqrt{x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x + 1} - \sqrt{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x,$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} - (x + 1)$$

Exercice N°4:

Soit la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 3x + 2}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Exercice N°5:

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 7x + 12}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Exercice N°6:

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x - 3}{\sqrt{x - 2} - 1}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice N°7:

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{2x}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Exercice N°8:

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x + 6}}{x - 3}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice N°9:

Soit la fonction f définie par: $f(x) = \sqrt{x + 1} - 2\sqrt{x}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice N°10:

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x - 1 - \sqrt{x + 1}}{x(x - 3)}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice N°11:

Soit la fonction f définie par: $f(x) = \frac{\sqrt{5x + 1} - x - 1}{\sqrt{x + 4} - 2}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$,