

Exercice N°1

Calculer les limites suivantes:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{5x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}; \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos x - \sqrt{3} \sin x}{x - \frac{\pi}{6}}$$

EXERCICE N°2

Soit la fonction $f : x \rightarrow \cos 2x - x$ définie sur $[0; 2\pi]$

1- Etudier les variations de f .

2- Soit C la courbe de f dans un repère orthonormé.

a) Tracer les demi-tangentes à la courbe C aux points A et B d'abscisses respectives 0 et π .

b) Montrer que la courbe C admet un point d'inflexion I que l'on déterminera ; tracer la tangente à C au point I .

c) Tracer C

3- Résoudre graphiquement dans $[0; \pi]$ l'équation $\cos 2x = x$

EXERCICE N°3

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin^2 x - \sin x + 2$

1- Etudier la périodicité de f

2- a) Montrer que Pour tout réel x on a $f(\pi - x) = 2 + f(x)$

b) En déduire un axe de symétrie de C_f

3- Etudier et représenter f sur $[-\pi, \pi]$

EXERCICE N°4

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2\cos^2 x + \sqrt{3} \sin 2x - 1$

1- Déterminer deux réels a et φ tels que pour tout réel x on a $f(x) = a \cos(2x - \varphi)$

2- Etudier la fonction f

3- Tracer la courbe C_f de f dans un repère orthonormé.

Exercice n°5

I- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 2}$ et ζ_f sa courbe représentative

dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1- Calculer $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, interpréter graphiquement les résultats trouvés

A*S2006-2007

- 2- a) Montrer que la droite Δ d'équation $y=x+2$ est une asymptote pour la courbe ζf
b) Etudier la position relative de ζf par rapport à Δ

3- a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{(x-2)^2}$

- b) Dresser le tableau de variation de f
4- Tracer la courbe ζf

II- Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$, ζg sa courbe représentative dans un repère orthonormé (w, \vec{u}, \vec{v})

- 1- Ecrire $g(x)$ sous la forme $r \cos(2x - \varphi)$ où r et φ des réels à déterminer
2- Calculer $g(\frac{\pi}{3})$ et $g(-\frac{\pi}{3})$. En déduire que g est une fonction ni paire ni impaire
3- Soit $x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$, calculer $g(x + k\pi)$. En déduire qu'il suffit d'étudier g sur $D_E = [0, \pi]$
4- Dresser le tableau de variation de g sur D_E
5- a) Déterminer l'intersection de ζg et l'axe des abscisses
b) Tracer la courbe ζg sur D_E

Exercice n°6

Soit f la fonction définie par: $f(x) = \sin(2x)$

- 1- Etudier et représenter graphiquement la courbe de f
2- Déterminer toutes les axes de symétrie de f et les centres de symétries de C_f

3- a) Vérifier que pour tout $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ on a: $\sin 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$

b) Déterminer alors graphiquement le nombre des solutions

Dans l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ de l'équation: $m \operatorname{tg}^2 x - 2 \operatorname{tg} x + m = 0$

Selon le réel m

- 4- Soit g la fonction définie par: $g(x) = 2 \cos(2x - \frac{\pi}{4})$ utiliser la courbe de f pour représenter celui de g