

Série n° 8

Cinématique - Mouvement rectiligne - Mouvement sinusoïdal

Exercice n° 1 :

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) le vecteur vitesse d'un point mobile est $\vec{V} = 5.\vec{i} - (3t-5).\vec{j}$ (V en $m.s^{-1}$).

A l'instant $t_0 = 1$ s, le mobile passe par le point M_0 de coordonnées $x_0 = 2$ m et $y_0 = 3$ m.

- 1) a) Donner les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération.
b) Donner les équations horaires $x = f(t)$ et $y = f(t)$ du point mobile.
c) Ecrire l'équation cartésienne de la trajectoire.
- 2) a) Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse du mobile à l'instant $t = 1$ s. On précisera la valeur de l'angle α que fait \vec{V} avec le vecteur unitaire \vec{i} .
b) Déterminer les composantes normale \vec{a}_n et tangentielle \vec{a}_t du vecteur accélération à l'instant $t = 1$ s.
c) En déduire le rayon de courbure R à cet instant.

Exercice n° 2 :

Un mobile M décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère espace (O, \vec{i}) , son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixé à $t = 5$ s.

A l'instant $t_0 = 0$ s, le mobile passe par un point M_0 d'abscisse $x_0 = -0,5$ m, avec une vitesse $v_0 = -1$ m.s⁻¹. Au passage par le point M_1 , d'abscisse $x_1 = 5$ m, sa vitesse est $v_1 = 4,7$ m.s⁻¹.

- 1) Calculer l'accélération a du mobile.
- 2) Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe par le point M_1 .
- 3) Donner l'équation horaire du mouvement du mobile.
- 4) A la date $t = 2$ s, un deuxième mobile M' passe par le point d'abscisse $x_1 = 5$ m, avec un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $v' = 4$ m.s⁻¹.
 - a) Calculer la date t_r de la rencontre des deux mobiles.
 - b) En déduire l'abscisse x_r de cette rencontre.

Primitive	Fonction	Dérivée
$-\frac{1}{a} \cdot \cos(at + b)$	$\sin(at + b)$	$a \cdot \cos(at + b)$
$\frac{1}{a} \cdot \sin(at + b)$	$\cos(at + b)$	$-a \cdot \sin(at + b)$

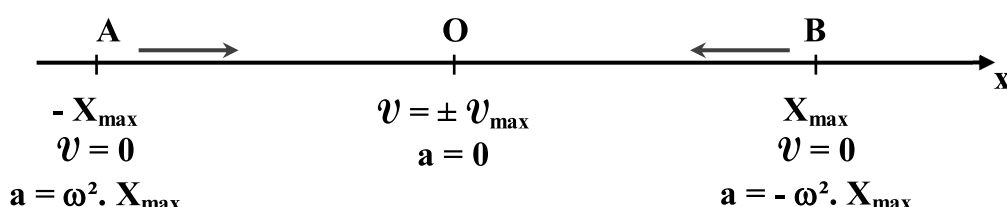
$$\cos(\alpha) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin(\alpha + \pi) = -\sin(\alpha)$$

$$x(t) = X_{\max} \sin(\omega t + \varphi_x) = X_{\max} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_x\right)$$

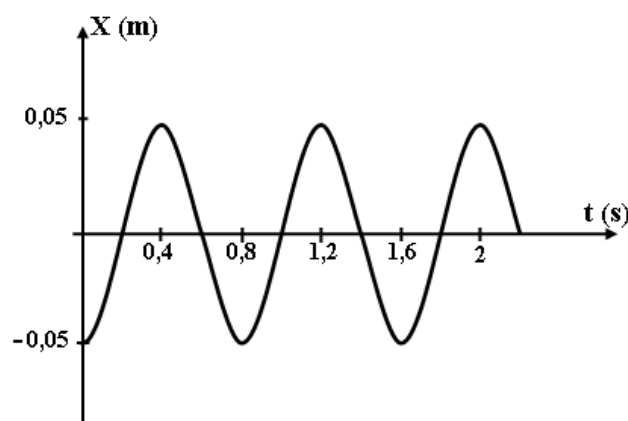
$$V(t) = V_{\max} \sin(\omega t + \varphi_v) = \omega \cdot X_{\max} \sin\left(\omega t + \varphi_x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a(t) = a_{\max} \sin(\omega t + \varphi_a) = \omega^2 \cdot X_{\max} \sin(\omega t + \varphi_x + \pi)$$



Exercice n° 3 :

Un mobile **M** décrit un mouvement sinusoïdal sur un segment de droite **[AB]**. A l'instant $t = 0$, le mobile part de **A** sans vitesse initiale. L'équation horaire de son mouvement est $x(t) = X_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$. La figure ci-contre correspond au graphe de **x** en fonction du temps.



- 1) Déterminer à partir du graphe,
 - a. l'amplitude X_{\max} .
 - b. la période T du mouvement ainsi que la pulsation ω .
 - c. la phase initiale φ du mouvement.
 - d. Quelle est la longueur du segment **[AB]** ?
- 2) a. Déterminer l'expression de la vitesse instantanée $v(t)$ du mobile **M**.
 b. Montrer que l'accélération $a(t)$ et l'élongation $x(t)$ du mobile **M** sont liées par la relation : $a(t) + \omega^2 \cdot x(t) = 0$.

