

N.B : l'examen comporte 2 pages numéroté de 1 à 2

Exercice n°1 : (5 pts)

I- Choisir la réponse exacte : (2pts)

- 1) Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $\cos^4(x) - \sin^4(x)$ est égal à :
 - a) $\cos^2(x) - \sin^2(x)$
 - b) $(\cos^2(x) - \sin^2(x))^2$
 - c) $(\cos(x) - \sin(x))^4$
- 2) $\cos\left(\frac{25\pi}{3}\right)$ est égal à :
 - a) $\frac{\pi}{3}$
 - b) $-\frac{1}{2}$
 - c) $\frac{1}{2}$
- 3) La suite définie sur \mathbb{N}^* par $U_n = \frac{1}{n}$ est
 - a) Arithmétique
 - b) géométrique
 - c) ni arithmétique ni géométrique
- 4) Soit la suite arithmétique (U_n) définie sur \mathbb{N} tel que $U_5 = 5$ et $U_{10} = 15$ alors la raison de cette suite est :
 - a) $r = 10$
 - b) $r = 2$
 - c) $r = 5$

II- Répondre par « vraie » ou « faux ». En justifiant la réponse : (3pts)

Soit (U_n) une suite définie sur \mathbb{N} par $U_{n+1} = \sqrt{2} + U_n$ et $U_0 = 1$:

- a) (U_n) est une suite géométrique de raison $\sqrt{2}$
- b) $U_n = 1 + n\sqrt{2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- c) $U_0 + U_1 + \dots + U_5 = 3(2 + 5\sqrt{2})$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$.

Exercice n°2 : (6 pts)

Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_n = \frac{2}{3}U_n - 1 \end{cases}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2 .
- b) Justifier alors que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par $V_n = U_n + 3$.
 - a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$ et de premier terme $V_0 = 1$.
 - b) Calculer V_n en fonction de n puis déduire que $U_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 3$.
 - c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- 3) On pose : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ et $S'_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
 - a) Exprimer S'_n en fonction de n puis déduire que $S_n = -3n - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$
 - b) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.



Exercice n°3 : (3 pts)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x+3}{x+5}$

- 1/ Déterminer le domaine de définition de f .
- 2/ Montrer que pour tout $x \in D_f$ on a : $f(x) = 2 - \frac{7}{x+5}$
- 3/ Etudier les variations de f sur $] -\infty, -5[$ et sur $] -5, +\infty[$.

Exercice n°4 : (6 pts)

1 / Soit (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) un repère orthonormé direct du plan et (ζ) un cercle trigonométrique de centre O et les réels $X = \frac{-49\pi}{6}$ et $Y = \frac{55\pi}{3}$ des mesures respectives des deux arcs orientés IA et IB .

- a) Déterminer la mesure principale de chacun de ces deux arcs.
- b) Placer les points A et B sur le cercle (ζ) .
- c) Déterminer la mesure principale de l'arc BA .

2 / Calculer les expressions suivantes :

- a) $\cos(7\pi - x) + \sin(9\pi + x) + \cos(10\pi + x) + \sin(13\pi - x)$
- b) $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{9\pi}{2}\right)$

Bon travail

