

**Exercice n°1 (4 points) :**

A/  $x$  désigne un réel . Recopier et relier par une flèche chaque expression de la colonne A à l'expression qui lui est égale de la colonne B

A
$\cos(\pi - x)$
$1 - \cos^2 x$
$\cos(x + \pi)$
$\sin(x + \frac{\pi}{2})$
$\sin(\pi - x)$

B
$\sin^2 x$
$\sin x$
$-\sin x$
$\cos x$
$-\cos x$

**B/ Cocher la réponse exacte en justifiant la réponse**

- Si  $f$  est croissante sur  $[0,2]$  telle que  $f(2) = 0$  alors pour tout  $x \in [0,2]$  :  
 a)  $f(x) \geq 0$  ;      b)  $f(x) \leq 0$  ;      c)  $f(x) \geq 2$
- L'ensemble des solutions dans  $[0, \pi]$  de l'équation  $2\sin x = 1$  est :  
 a)  $\{\frac{\pi}{2}\}$  ;      b)  $\{\frac{\pi}{6}\}$  ;      c)  $\{\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\}$
- Si  $f$  est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  telle que  $f(a) - f(b) = 4(b - a)$  pour tous réels  $a$  et  $b$  alors :  
 a)  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  ;      b)  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$  ;      c)  $f$  est constante sur  $\mathbb{R}$

**Exercice n°2 (5 points) :**

Soit  $(U_n)$  la suite arithmétique de raison  $(-4)$  telle que  $U_4 = -14$

- Calculer  $U_{20}$
  - Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :  $U_n = 2 - 4n$
  - Déterminer  $n$  sachant que  $U_n = -98$
- Calculer la somme  $S = -14 - 18 - \dots - 98$
- On considère la somme  $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ 
  - Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$
  - Déterminer  $n$  sachant que  $S_n = -288$

**Exercice n°3 (5 points) :**

On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

- Calculer  $u_1$  et  $u_2$ . En déduire que  $u$  est ni arithmétique ni géométrique.



- 2) Soit la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_n = u_n - 3$
- Montrer que  $v$  est une suite géométrique de raison  $= \frac{1}{3}$  ..
  - Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  puis  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- 3) Soit  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$  et  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$  avec  $n \geq 1$   
Exprimer  $S_n$  puis  $S'_n$  en fonction de  $n$

**Exercice n°4 (6points) :**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{ax}{x^2-1}$  où  $a$  étant un réel donné et  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

- Déterminer l'ensemble de définition  $D$  de  $f$
- Sachant que  $(\mathcal{C})$  passe par le point  $A(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ . Montrer que  $a = 2$
- Déterminer les antécédents de  $\frac{4}{3}$  par  $f$
- Vérifier que pour tout  $x \in D$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$
  - Déduire le sens de variation de  $f$  sur  $]1, +\infty[$
- Montrer que pour tous réels  $a$  et  $b$  de  $D$  :  $f(a) - f(b) = \frac{2(b-a)-(ab+1)}{(a^2-1)(b^2-1)}$
  - En déduire que  $f$  est strictement décroissante sur  $] -1, 1[$

