L.S.B.Amri

Mr : Sai.Fethi

Classe 3ème sc -exp1

Devoir de synthèse N03

MATHEMATIQUES

Durée : 3.h

25-05-09

Exercice 1 (3points) :

Pour chacun des trois questions, une seule des propositions est exacte. Une réponse exacte (avec justification) rapporte un point, une réponse inexacte enlève 0,5 point, l'absence de réponse est compté 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

1) **Soit la suite (U) définie par :** $u_n = -(\frac{1}{3})^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

   a) **La suite (U) est arithmétique.**

   b) $\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.

   c) **La suite (U) est croissante.**

   d) **La suite (U) est décroissante.**

2) $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ **est un repère orthonormé.**

Soit la droite $D : \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -2 - \alpha \\ z = 3 - 3\alpha \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$ **et le plan P :2x-y+z-3=0.**

a) **La droite D est contenue dans le plan P.**

b) **La droite D est strictement parallèle au plan P.**

c) $D \perp P$.

3) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$ **est :**

a) 0 **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** 2 **d)** -1.

Exercice 2 (4points) :

Dans un carnet de santé, on peut lire le poids d'un enfant et sa naissance à 12 ans.

Age (x_i) en années	0	1	2	4	7	11	12
Poids (y_i) en kg	3,4	7	10, 5	14,5	20,5	33	37,5

1) **Représenter dans un repère orthogonal le nuage des points de cette série.**
2) **Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de chacune des variables x et y.**

3) **On scinde l'ensemble des 7 points du nuage en deux parties. La première partie (1) correspond aux sujets 1 à 4 et la deuxième partie (2) correspond aux sujets 5 à 7.**

On désigne par G_1 et G_2 les points moyens respectifs de la partie (1) et de la partie (2).

a) **Donner une équation de la droite de Mayer (G_1G_2).**

b) **Quel est le poids qu'on peut prévoir pour cet enfant à l'âge de 18 ans ?**

Exercice 3(4 points) :

Soit la suite (U) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 3}{u_n} = 4 - \dfrac{3}{u_n} \quad \forall\, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) **Montrer que** $\forall\, n \in \mathbb{N} : u_n \succ 3$.

2) **Montrer que la suite (U) est décroissante sur** $\mathbb{N}$.

3) **Soit la suite (V) définie par :** $\forall\, n \in \mathbb{N} : v_n = u_n - 3$.

   a) **Montrer que :** $\forall\, n \in \mathbb{N} : v_{n+1} \prec \frac{1}{3} v_n$.

   b) **Montrer que :** $\forall\, n \in \mathbb{N}^* : 0 \prec v_n \prec (\frac{1}{3})^n$.

   c) **Déterminer** $\lim\limits_{n \to +\infty} (\frac{1}{3})^n$.

   d) **En déduire** $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$ **puis** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 4 (6 points) :

Soit R $\left(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k}\right)$ **un repère orthonormé de l'espace** ξ .

On donne les points A (1, 1,-1), B (1,-1 ,2) et C (3, 1,-1) .

1- **Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).**

2- **Le point E(2,1,1)appartient t-il à la droite (AB) ?**

3- **Etudier la position relative de la droite (AB) et la droite D définie par :**

$$D : \begin{cases} x=2 \\ y=1+3\alpha \\ z=1+2\alpha \end{cases} \qquad (\alpha \in \mathbb{R})$$

4- **a) Montrer que les points A, B, C ne sont pas alignés.**

b) Donner une équation cartésienne du plan (ABC).

c) Montrer que D est perpendiculaire au plan (ABC).

d) Montrer que E appartient au plan médiateur P du segment $[AC]$.

5) Montrer que (D) est contenue dans le plan P.

Exercice 5(3 points) :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ **par :** $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$.

1) **Montrer que f est périodique de période** π **.**
2) **Montrer que f' s'annule sur** $[0,\pi]$ **en** $\frac{\pi}{3}$ **et** $\frac{5\pi}{6}$.
3) **Etudier les variations de f sur** $[0,\pi]$.

Bon travail