Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de synthèse n° 3** *Mathématiques*	*Classe : 3 ème Sc exp1*
Date : 02 / 06 / 2010	*Prof : MEDDEB Tarak*	*Durée : 3 heures*

Exercice n°1 : *(3 pts)*

Pour chacune des questions suivantes, une seule parmi les réponses proposée est correcte. Indiquer la lettre qui correspond à la bonne réponse.

Une réponse correcte rapporte 0,5 point, une réponse incorrecte enlève 0,25 point, et l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, alors la note sera ramenée à zéro.

1) A et B sont deux événements associés à une expérience aléatoire.

Q_1 : Si A et B sont incompatibles, alors :

$a/\ p(A) = 1 - p(B)$ $\quad$ $b/\ p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ $\quad$ $c/\ p(A \cup B) = 1.$

Q_2 : Si A et B sont non vides et distincts tels que $A \subset B$, alors :

$a/\ p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ $\quad$ $b/\ p(A \cup B) = p(B)$ $\quad$ $c/\ p(A \cup B) = p(A).$

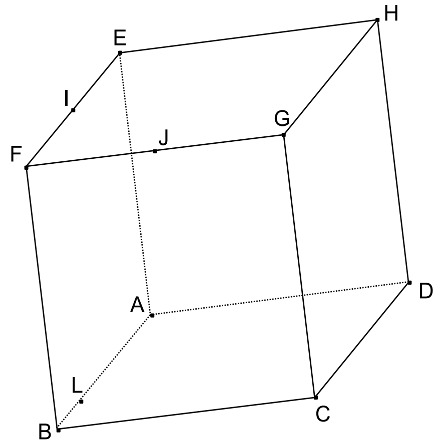
Q_3 : Dans le développement de $(x+1)^8$, le coefficient de x^5 est égal à :

$a/\ 70$ $\quad$ $b/\ 56$ $\quad$ $c/\ 35$

2) Soit $ABCDEFGH$ un cube, I et J sont les milieux respectifs des arêtes $[EF]$ et $[FG]$, L est le point défini par : $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

On considère le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Soit P le plan d'équation : $4x - 4y + 3z - 3 = 0$.



Q_4 : Le plan P est le plan :

$a/\ (GLE)$ $\quad$ $b/\ (LEJ)$ $\quad$ $c/\ (GFA)$

Q_5 : Le plan parallèle à P passant par I coupe la droite (FB) en M de coordonnées :

$a/\ \left(1, 0, \frac{1}{5}\right)$ $\quad$ $b/\ \left(1, 0, \frac{1}{4}\right)$ $\quad$ $c/\ \left(1, 0, \frac{1}{3}\right).$

Q_6 : Une représentation paramétrique de la droite (GL) est :

$a/ \begin{cases} x = \frac{7}{4} + a \\ y = 4 + 4a \\ z = 4 + 4a \end{cases}$ $\quad$ $b/ \begin{cases} x = 3 + \frac{1}{4}a \\ y = a \\ z = a \end{cases}$ $\quad$ $c/ \begin{cases} x = 1 + a \\ y = 1 + a \\ z = 1 + 4a \end{cases}$

Exercice n°2 : *(5 pts)*

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

On considère les points $A(3, 0, 6)$ et $B(0, 0, 6)$ et le plan P d'équation : $2y + z - 6 = 0$.

On désigne par Δ la droite passant par A et B.

1) $a/$ Vérifier que Δ est incluse dans P.

   $b/$ Soit Q le plan contenant Δ est perpendiculaire à P. Montrer que $\vec{n}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal de Q.

   En déduire une équation cartésienne de Q.

2) Soit le point $C(0, -1, 3)$.

   $a/$ Montrer que B est le projeté orthogonal de C sur Δ.

   $b/$ Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de C sur P.

   $c/$ Ecrire une équation cartésienne du plan (BCH).

   $d/$ Vérifier que (BCH) est perpendiculaire à P et à Q.

Exercice n°3 : *(5 pts)*

On dispose de deux dés cubiques A et B, les faces du dé A sont numérotées 2, 2, 2, 4, 4, 4 et les faces du dé B sont numérotés 1, 2, 3, 4, 5, 6. Toutes les faces de chacun des deux dés ont la même probabilité d'apparition.

On lance les deux dés, on désigne par a le chiffre de la face supérieure du dé A, et par b le chiffre de la face supérieure du dé B.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   F : « $a = b$ ».

   G : « $a > b$ ».

   H : « $a < b$ ».

2) Lorsqu'un joueur X lance les deux dés A et B, on dit qu'il a fait une partie. Il gagne la partie lorsque l'événement G est réalisé.

   Le joueur X fait trois parties.

   Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   M : « X gagne exactement deux parties ».

   N : « X gagne au moins une partie ».

Exercice n°4 : (7 pts)

A- Soit U la suite définie sur IN* par : $U_n = \dfrac{n^2}{2^n}$.

1) Pour tout $n > 0$, on pose : $V_n = \dfrac{U_{n+1}}{U_n}$.

$a/$ Montrer que, pour tout $n > 0$, $V_n - \dfrac{3}{4} = \dfrac{-1}{4n^2}[(n-2)^2 - 6]$.

$b/$ En déduire que, pour tout $n \geq 5$, $V_n < \dfrac{3}{4}$.

$c/$ En déduire que, pour tout $n \geq 5$, $U_{n+1} < \dfrac{3}{4} U_n$.

2) $a/$ Montrer par récurrence que, pour tout $n \geq 5$, $U_n \leq \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-5} U_5$.

$b/$ En déduire que la suite U est convergente et déterminer sa limite.

B- On considère la suite W définie sur IN par : $\begin{cases} W_0 = 2 \\ W_{n+1} = \sqrt{3W_n + 4} \end{cases}$

1) $a/$ Montrer que, pour tout $n \in IN$, $2 \leq W_n \leq 4$.

$b/$ Montrer que, pour tout $n \in IN$, $W_{n+1}^2 - W_n^2 = -(W_n + 1)(W_n - 4)$.

$c/$ En déduire que la suite W est croissante.

2) $a/$ Montrer que, pour tout $n \in IN$, $4 - W_{n+1} = \dfrac{3(4-W_n)}{4+\sqrt{3W_n+4}}$.

$b/$ En déduire que, pour tout $n \in IN$, $4 - W_{n+1} \leq \dfrac{1}{2}(4 - W_n)$.

$c/$ En déduire que, pour tout $n \in IN$, $0 \leq 4 - W_n \leq \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$.

$d/$ Déterminer alors la limite de (W_n).

3) Etudier la convergence de la suite (t_n) définie sur IN par : $t_n = n^2(4 - W_n)$.

Bonne chance