

Lycée Jelma		2013/2014	
		Devoir de synthèse n°3	
SECTION :	3 <sup>ème</sup> SCIENCES EXPERIMENTALES		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 3

### Exercice 1 : (2points)

I/ Donner la réponse exacte Sans justifier :

1) L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . L'équation cartésienne du plan P passant par O et de vecteur normal  $\vec{K}$  est :

a)  $z = 0$  ;      b)  $x + y = 0$  ;      c)  $x + y = z$ .

2) On lance une pièce de monnaie 5 fois et on note à chaque fois le résultat obtenu. Le nombre des résultats possibles est :

a)  $2^5$  ;      b)  $5^2$  ;      c)  $5!$

3) Soit  $(U_n)$  la suite définie pour tout entier naturel n par :  $U_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n$

a)  $(U_n)$  est croissante ;      b)  $(U_n)$  converge vers 0 ;      c)  $(U_n)$  est divergente.

4) L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Soit la droite D :  $\begin{cases} x = 1 - 2\beta \\ y = 1 + 2\beta \\ z = 3\beta \end{cases}$  ;  $\beta \in \mathbb{R}$  et D' :  $\begin{cases} x = 3 - \alpha \\ y = 1 \\ z = 1 - \frac{2}{3}\alpha \end{cases}$  ;  $\alpha \in \mathbb{R}$

a)  $D \perp D'$  ;      b) D est strictement parallèle à D' ;      c) D et D' sont confondues

II/ Répondre par vrai ou faux et justifie votre réponse :

1) Soit  $(V_n)$  la suite définie par  $V_n = \frac{(-1)^n}{n!}$  ;  $n \geq 1$ . Donc:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$ .

2) On lance trois dés différents dont les faces de chacun sont numérotées 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7. Il y a :  $6^{3+5n}$  résultats.

## Exercice 2: (1points)

Calculer :

1)  $\frac{(\sqrt{15})^2!}{9!}$

2)  $C_5^2$

## Exercice 3 : (3points)

Le tableau suivant donne la distance de freinage  $d$ (en mètre) d'une voiture en fonction de sa vitesse  $v$ (en kilomètre par heure).

$v(\text{km/h})$	30	40	50	60	70	80
$d(\text{mètre})$	42	60	80	90	95	110

1 ) Représenter le nuage de points  $M_i (v_i ; d_i)$  dans un repère orthogonal du plan. (On prendra 1cm pour 10 km/h en abscisse et 1cm pour 10 mètres en ordonnée).

2 ) a- Déterminer les coordonnées du points moyen  $G_1$  des trois premiers points du nuages et  $G_2$  des trois derniers points.

b- Placer les points  $G_1$  et  $G_2$  et tracer la droite  $(G_1G_2)$ . **On considère désormais que cette droite constitue une droite d'ajustement de nuage.**

3 ) a- Déterminer graphiquement la distances de freinage lorsque la voiture roule à 100km/h.

b- Donner une équation de la droite  $(G_1G_2)$ .

4 ) La vitesse de la voiture est de 140 km/h. Lorsque le conducteur, roulant suivant une ligne droite. Aperçoit un obstacle situé à une distance de 200metres. Pourrait-il alors évité cet obstacle en appuyant sur les freins.

## Exercice 4 : (3points)

Le tableau ci-dessous donne l'âge  $X$  et la tension artérielle  $Y$  de dix hommes.

X	34	36	40	42	49	51	53	58	65	74
Y	11.6	13	13.1	14.2	15.1	14.4	14.2	16.7	15.5	17.2

1°/ Construire le nuage de points de la série statistique  $(X, Y)$  dans un repère orthogonal.

2°/ Calculer  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  puis placer le point moyen  $G(\bar{X}, \bar{Y})$ .

3°/ On scinde l'ensemble des dix points du nuage en deux parties.

La première partie correspond aux points dont la valeur du caractère  $X$  est comprise entre 34 et 49.

La deuxième correspond aux points restants du nuage.

On désigne par  $G_1$  et  $G_2$  les points moyens respectifs de la 1<sup>ère</sup> partie et de la 2<sup>ème</sup> partie .

a) Déterminer les coordonnées de  $G_1$  et  $G_2$  .

b) Déterminer une équation de la droite  $(G_1G_2)$  puis la tracer.

c) Comment semblent se répartir les points du nuage autour de la droite  $(G_1G_2)$  ?

4°/ Donner une estimation de la tension artérielle d'un homme âgé de 45 ans.

### Exercice 5 : (2.5points)

Un groupe de dix joueurs comprend cinq cadets, trois juniors et deux seniors.

1°/ Quelle est la probabilité pour qu'une équipe formée de quatre joueurs, choisis au hasard, comporte

- a) exactement deux juniors.
- b) au plus un sénior.
- c) les trois catégories.

2°/ Les dix joueurs visitent une boutique.

On leur propose trois types de sacs  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$ . Chaque joueur achète un seul sac.

Quelle est la probabilité pour que

- a) les dix joueurs achètent le même type de sac.
- b) les deux séniors achètent chacun un sac du type  $S_1$ .
- c) le type  $S_2$  est acheté par un seul joueur.
- d) deux types seulement sont achetés.

### Exercice 6 : (4points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On considère les points  $A(2 ; 0 ; 0)$

$B(1 ; 1 ; 4)$ ,  $C(0 ; 0 ; 4)$  et  $D(-1 ; 1 ; -1)$ .

1°) a-/ Montrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  déterminent un plan  $P$ .

b-/ Montrer qu'une équation cartésienne de  $P$  est :  $2x - 2y + z - 4 = 0$ .

c-/ En déduire que  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  ne sont pas coplanaires.

2°) a-/ Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$  passant par  $D$  est perpendiculaire à  $P$ .

b-/ Soit  $M(x, y, z)$  un point de  $P$ .

Déterminer les coordonnées de  $M$  pour que la distance  $DM$  soit minimale.

c-/ Soit  $F(1, -1, 0)$ . Vérifier que le quadrilatère  $ABCF$  est un rectangle.

3°) Soit  $Q$  le plan d'équation :  $x - y - 4z + d = 0$  où  $d$  est un paramètre réel.

a-/ Montrer que  $Q$  est perpendiculaire à  $P$ .

b-/ Déterminer le réel  $d$  pour que la droite  $\Delta$  soit incluse dans  $Q$ .

4°) Dans la suite on prend  $d = -2$

a-/ Vérifier que  $A \in Q$ .

b-/ En déduire une représentation paramétrique de la droite  $\Delta'$  intersection des plans  $P$  et  $Q$ .

c-/ Montrer alors que la droite  $(BC)$  est parallèle à  $Q$ .

5°) Montrer que le plan  $(CDF)$  est perpendiculaire à chacun des plans  $P$  et  $Q$ .

### Exercice 7 : (4.5points)

Soit ABCDEFGH un cube d'arête 1.

L'espace est rapporté au repère orthonormé  $(A, \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$ .

On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments  $[BC]$ ,  $[BF]$  et  $[HF]$ .

1°/ Déterminer les coordonnées des points I, J et K.

2°/ a) Montrer que le vecteur  $\vec{n} = 2\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AE}$  est orthogonal à  $\overline{IK}$  et à  $\overline{IJ}$ .

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (IJK) est  $4x + 2y + 2z - 5 = 0$ .

3°/ a) Donner une représentation paramétrique de la droite (CD).

b) On désigne par R le point d'intersection du plan (IJK) avec la droite (CD).

Montrer que R a pour coordonnées  $\left(\frac{3}{4}, 1, 0\right)$ .

c) Placer le point R sur la figure.

4°/ Le plan (IJK) coupe le plan (EFH) suivant une droite  $\Delta$ .

a) Montrer que  $\Delta$  est la parallèle à la droite (IR) passant par K.

b) Tracer  $\Delta$  sur la figure.

c) Représenter alors la section du cube ABCDEFGH par le plan (IJK).

