Exercice N°1 :

Dans le plan P orienté, on considère trois points O, A et A' non alignés. Soient $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ deux cercles de centres respectifs I et I', sécants en deux points M et N avec $\mathscr{C}$ tangent à (OA) en A et $\mathscr{C}'$ tangent à (OA') en A'.
Soit (Mt) la tangente à $\mathscr{C}$ en M et (Mt') la tangente à $\mathscr{C}'$ en M.

1) a/ Comparer $\left(\widehat{\overrightarrow{MA}\,;\overrightarrow{Mt}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{NA}\,;\overrightarrow{NM}}\right)$

b/ En déduire que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA}\,;\overrightarrow{MA'}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{Mt}\,;\overrightarrow{Mt'}}\right) + \left(\widehat{\overrightarrow{NA}\,;\overrightarrow{NA'}}\right)[\pi]$

2) a/ Comparer $\left(\widehat{\overrightarrow{MA}\,;\overrightarrow{MN}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AO}\,;\overrightarrow{AN}}\right)$

b/ En déduire que $2\left(\widehat{\overrightarrow{MA}\,;\overrightarrow{MA'}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{Mt}\,;\overrightarrow{Mt'}}\right) + \left(\widehat{\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OA'}}\right)[\pi]$

Exercice N°2 :

Deux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de centres respectifs A et B sont sécants en I et J. Par I, on mène une droite Δ variable qui recoupe $\mathscr{C}$ en M et $\mathscr{C}'$ en N. (AM) et (BN) se coupent en un point P. On désigne par M' le point diamétralement opposé à M sur $\mathscr{C}$ et par N' celui diamétralement opposé à N sur $\mathscr{C}'$.

1) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{JM}, \overrightarrow{JN}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{JA}, \overrightarrow{JB}})\ [\pi]$
2) Prouver que I, M', et N' sont alignés
3) Montrer que $P \in \mathscr{C}_{1\,(ABJ)}$

Exercice N°3 :

Soient A, B et C trois points non alignés du plan ; A', B' et C' trois points des droites (BC) , (AC) et (AB) respectivement.
Montrer que les cercles $\mathscr{C}_{A'CB'}$, $\mathscr{C}'_{B'AC'}$ et $\mathscr{C}''_{C'BA'}$ passent par un même point.

Exercice N°4 :

$\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ deux cercles de centres respectifs O et O' et sécant en A et B. Par un point M de $\mathscr{C}$, on mène deux sécantes (MA) et (MB) qui recoupent $\mathscr{C}'$ en M' et M''. (OM) recoupe $\mathscr{C}$ en M_1 et coupe $(M'M'')$ en H.

1) Démontrer que les points M_1 , A , M' et H sont sur un même cercle.
2) Déduire que $(OM) \perp (M'M'')$
3) Démontrer que $(\widehat{\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BM'}})$ est constante

Exercice N°5 :

On considère deux cercles Γ et Γ' de centres respectifs O et O' tangents extérieurement en un point M et un triangle ABC tel que la droite (AB) soit tangente à Γ en B et la droite (AC) tangente à Γ' en C . Soit (Mt) la tangente commune à Γ et Γ' en leur point de contact M

1) Comparer $(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BM}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{OB}\,;\overrightarrow{OM}})$ et en déduire que $(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{MB}\,;\overrightarrow{MT}})\ [\pi]$
2) Montrer de même que $(\widehat{\overrightarrow{MT}\,;\overrightarrow{MC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CM}\,;\overrightarrow{CA}})[\pi]$
3) Déduire que $(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}}) \equiv 2(\widehat{\overrightarrow{MB}\,;\overrightarrow{MC}})[\pi]$
4) On suppose que A , B et C sont fixes et que $(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$

a/ Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{MB}\,;\overrightarrow{MC}}) \equiv \frac{\pi}{6}\ [\frac{\pi}{2}]$

b/ En admettant que pour tous réels α et β on a $(\alpha \equiv \beta[\frac{\pi}{2}]) \Leftrightarrow (\alpha \equiv \beta[\pi]$ ou $\alpha \equiv \beta+\frac{\pi}{2}\ [\pi])$, déduir

l'ensemble E des points M, lorsque Γ et Γ' varient, est inclus dans la réunion de deux cercles que l'on pré