CERCLES ET ANGLES

EXERCICE N°1 On considère deux cercles ζ et ζ' de même centre O A et B deux points distincts de ζ On désigne par A' et B' les points où [OA) et [OB) coupe ζ'

Montrer que pour tout M $\in \zeta - \{A,B\}$ *et* $M' \in \zeta' - \{A',B'\}$ on a: $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv (\overrightarrow{M'A'}, \overrightarrow{M'B'})[\pi]$

EXERCICE N°2

On considère deux cercles ζ et ζ' de centres respectifs O et O' sécantes en A et B une droite Δ passant part B coupe ζ en M et ζ' en M'

$(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'}) = (\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AO'}) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (On pourra utiliser la relation de Chasles en introduire la droite (MM')

EXERCICE N°3

On donne un cercle ζ de centre O et trois points A, B et C de ζ tel que le triangle ABC soit isocèle de sommet principal A

On considère un point M de ζ distinct de A, B et C Soit Δ la perpendiculaire à (AM) passant par C soit I l'intersection de (BM) et Δ On note A'=S_O(A)

1- a) Comparer $(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA'})$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AA'})$ .Justifier

b) Montrer que $(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}) = (\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA'}) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

c) En déduire que $(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + k'\pi, k' \in \mathbb{Z}$

2- Soit ζ' le cercle de centre A et de rayon [AB] et I' un point de ζ' distinct de B,C et B' où B'=S_A (B)

a) Montrer que I, I', B et C appartiennent à un même cercle

b) La droite ((BI') recoupe ζ en M' Montrer que (AM') $\perp$ (I'C)

3- En déduire de ce qui précède que I décrit ζ' privé de B, B' et C lorsque M décrit ζ Privé de A, B et C

EXERCICE N°4

On considère deux cercles ζ et ζ' sécantes en A et B une droite variable Δ passant par A coupe ζ en P et ζ' en Q On prend sur ζ un point fixe I et sur ζ' un point fixe J les droites (IP) et (JQ) se coupent en M

1- Montrer que $(\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{MB}) \equiv (\overrightarrow{JI}, \overrightarrow{JB})[\pi]$

2- Préciser l'ensemble des points M lorsque Δ varie

EXERCICE N°5

Soient A, B, C, D quatre points d'un cercle ζ tels que les droites (AC) et (BD) ne soient pas perpendiculaires. On désigne par B' et D' les projetés orthogonaux de B et D sur (AC) et par A' et C' les projetés orthogonaux de A et C sur (BD)

Démontre que $(\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{A'B'}) \equiv (\overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{D'B'})[\pi]$

EXERCICE N°6

On considère dans le plan orienté, un triangle ABC et M un point fixe de la droite (BC) distinct de B et C

Une droite variable Δ passant par M et non parallèle à (BC) coupe (AB) en N et (AC) en P en désigne par S le second point d'intersection des cercles circonscrits au triangle CMP et BMN

Montrer que lorsque Δ varie Le point S décrit le cercle circonscrit au triangle ABC

EXERCICE N°7

Soit ζ un cercle et [AB] une corde de ζ soit M le milieu de l'un des deux arcs[$\overset{\frown}{AB}$] deux sécantes en recoupent ζ en C et E

1- Montrer que $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CF}) \equiv (\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF})[\pi]$ On pourra utiliser en M à ζ
2- Montrer que la droite (AM) est tangente en A au cercle circonscrit au triangle ACD pour C distinct de A
3- Quel est l'ensemble des points I centres des circonscrit aux triangles ACD quant (CD) varie

EXERCICE N°8

Soit ABC un triangle isocèle en A inscrit dans un cercle ζ. Soit M $\in \zeta - \{A, B\}$, Δ la droite perpendiculaire à (AM) passant par C. Les droites (BM) et Δ se coupent en I

1- Montrer que $(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}) \equiv \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})[\pi]$
2- Quel est l'ensemble des points I?

EXERCICE N°9

Soient Δ et Δ' deux droites sécantes en I, A et B deux points de Δ, C et D deux points de Δ' et M un point variable sur la droite (BC)

1- Si les deux cercles ABM et CDM se coupent en N démontrer que le point N appartient au cercle AID
2- Si les cercles ABM et CDM sont tangents en M démontrer que le point M appartient au cercle AID