Exercice N°1 :

On considère l'ensemble E des nombres à 4 chiffres écrits avec : 1, 2, 3, 4. Un même chiffre peut être répété plusieurs fois.
1) Quel est le nombre d'éléments de E ?
2) Soit A l'ensemble des éléments de E écrits avec 2 chiffres distincts, l'un d'eux étant répété 3 fois. Quel est le nombre d'éléments de A ?
3) B : l'ensemble des éléments de E écrits avec 2 chiffres distincts répété chacun deux fois. Quel est le nombre d'éléments de B ?
4) C : l'ensemble des éléments de E écrits avec 3 chiffres distincts. Quel est le nombre d'éléments de C ?

Exercice N°2 :

On veut constituer un bureau comprenant 3 femmes choisies parmi 12 et 4 hommes choisis parmi 7.
Si M^me X et M^r Y ne veulent pas appartenir à un même bureau, combien de bureaux différents peut-on former ?

Exercice N°3 :

1) a/ Montrer que : $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_{n-1}^p + C_{n-2}^p + ... + C_p^p \qquad (p \leq n)$
   b/ En déduire la valeur de S = 1.2.3 + 2.3.4 + ... + (n–2)(n–1)n
2) Démontrer que $\forall p \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq p+2$: $C_n^p = C_{n-2}^p + 2C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p-2}$
3) a/ Démontrer que pour tout $(n, p) \in \mathbb{N}^2$ avec $1 \leq p \leq n+1$ on a : $p\,C_{n+1}^p = (n+1)\,C_n^{p-1}$
   b/ Déduire la somme $S = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{1+k} C_n^k$

Exercice N°4 :

1) Déterminer le nombre de mots de quatre lettres distinctes que l'on peut former avec les lettres du mot **CONFLIT**
2) Combien de ces mots contiennent seulement des consonnes ?
3) Combien de ces mots commencent et se terminent par une consonne ?
4) Combien de ces mots commencent par une voyelle ?
5) Combien contiennent la lettre T ?
6) Combien commencent par F et finissent par une voyelle ?
7) Combien commencent par F et contiennent la lettre N ?
8) Combien contiennent toutes les voyelles ?

Exercice N°5 :

Une urne contient 12 boules : 5 blanches, 4 noires, 3 vertes.
On tire successivement et avec remise 3 boules de l'urne.
1) Quel est le nombre de possibilités d'avoir au moins une boule noire ?
2) Quel est le nombre de possibilités d'avoir exactement deux couleurs ?
3) Quel est le nombre de possibilités d'avoir : a/ La 1ère boule tirée est blanche
   b/ La 2ème boule tirée est noire
   c/ La 3ème boule tirée est verte
   d/ La 1ère boule blanche obtenue est la 2ème boule tirée

Exercice N°6 :

La même urne que celle de l'exercice 5. On tire successivement et sans remise 3 boule de l'urne. Déterminer le nombre de possibilités d'avoir :
1) Exactement 2 boules blanches.
2) Au moins une boule noire.
3) Au plus une boule blanche.
4) Une seule couleur.
5) Les trois couleurs.
6) Exactement deux couleurs
7) La 1ère boule tirée est blanche.
8) La 2ème boule tirée est noire.
9) La 3ème boule tirée est verte.
10) La 1ère boule blanche obtenue est la 2ème boule tirée

Exercice N°7 : (DC3 97/98)

Une urne contient 12 boules blanches et 8 boules noires.

1) On tire simultanément 5 boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comprenant :
   a/ Trois boules blanches et deux noires.
   b/ Des boules de couleurs différentes.
2) On tire successivement et avec remise 5 boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comprenant :
   a/ Trois boules blanches et deux noires dans cet ordre.
   b/ Trois boules blanches et deux noires dans un ordre quelconque.
3) Répondre aux mêmes questions avec un tirage successif et sans remise.

Exercice N°8 :

Déterminer le nombre d'entiers naturels dans chaque cas :

1) Les entiers à 5 chiffres.
2) Les entiers à 5 chiffres comprenant le chiffre 0.
3) Les entiers à 4 chiffres distincts.
4) Les entiers à 4 chiffres où 0 apparaît exactement 2 fois.
5) Les entiers à 4 chiffres où deux chiffres seulement sont utilisés, chacun étant répété deux fois (deux cas)
6) a/ Dénombrer les entiers non nuls écrits avec p chiffres avec $p \leq 46$.
   b/ Montrer que plus 99% de ces entiers comportent le chiffre 0.

Exercice N°9 :

Une urne contient n boules noires numérotées de 1 à n et n boules blanches numérotées de 1 à n. On tire simultanément n boules de l'urne.

1) Combien y a-t-il de tirages distincts ?
2) Combien y a-t-il de tirages comprenant p boules noires $0 \leq p \leq n$?
3) Déduire de ce qui précède une écriture plus simple de la somme : $\left(C_n^0\right)^2 + \left(C_n^1\right)^2 + \left(C_n^2\right)^2 + ... + \left(C_n^n\right)^2$

Exercice N°10 :

Calculer la valeur du quotient $\dfrac{C_n^1 \times C_{2n}^2}{C_{3n}^3}$, puis trouver sa limite lorsque n tend vers l'infini.

Exercice N°11 :

1) Développer $\left(2 - \dfrac{x}{2}\right)^4$; $\left(2x + \dfrac{1}{y}\right)^4$

2) Donner le terme indépendant de x dans le développement de $\left(\dfrac{2}{x^2} - \dfrac{x}{2}\right)^9$

3) Trouver le coefficient de x^5 dans le développement de $(2 + x)^7$; $(x-1)^8$; $\left(2 + \dfrac{x}{2}\right)^9$

Exercice N°12 :

En dérivant $(1 + x)^n$. Montrer que $C_n^1 + 2C_n^2 + ... + n\,C_n^n = n\,2^{n-1}$

Exercice N°13 :

Dans un plan, on donne n droites deux à deux sécantes et telles que trois quelconque d'entre elles ne soient pas concourantes.

1) Quel est le nombre de points d'intersection ?
2) Quel est le nombre de triangles déterminés par les n droites ?
3) Pour quelle valeur de n le nombre de points d'intersection est-il égal au nombre de triangle ?

Exercice N°14 :

1) Dans un plan, on considère n points distincts ($n \geq 3$), trois quelconque d'entre eux n'étant pas alignés.
   a/ Combien ces points déterminent-ils de droites ?
   b/ Combien existe-t-il de triangles ayant leurs trois sommets en ces points ?
2) Déterminer le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n sommets ?