Exercice N°1 :

On dispose de n boules numérotées de 1 à n et de n boîtes numérotées de 1 à n $(n \geq 2)$. On place les boules dans les boîtes (une boîte peut contenir de 0 à n boules)

1°) Calculer la probabilité Q_n de l'événement : « Avoir la boîte n° 1 vide »

2°) a) Quelle est la probabilité P_n pour qu'aucune boîte ne soit vide ?

b) Montrer que pour tout $n \geq 2$ on a : $\dfrac{P_n}{P_{n+1}} = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$.

3°) a) Soit $x \in [\,0\,;+\infty\,[$. Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $(1+x)^n \geq 1+nx$

En déduire que pour tout $n \geq 2$, $\dfrac{P_n}{P_{n+1}} \geq 2$

b) Montrer que $P_n \leq \dfrac{1}{2^{n-1}}$ $(n \geq 2)$, puis calculer et interpréter $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$.

Exercice N° 2 :

Soit $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{\,1\,\}$. Une urne contient $(n-1)$ boules blanches et $(n+1)$ boules noires. On tire simultanément deux boules.

1°) Calculer la probabilité P_n d'obtenir deux boules de même couleur.

2°) Montrer que $\forall\, n \geq 2$, $P_n \in [\,0\,;\,\frac{1}{2}\,]$.

3°) Déterminer la valeur de n pour laquelle P_n est minimale.

4°) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$.

Exercice N° 3 :

Un questionnaire à choix multiples est constitué de 8 questions. Pour chacune d'elles, il y a 4 réponses dont une seule est exacte. Un candidat répond au hasard.

1°) Déterminer le nombre de réponses possibles à ce questionnaire.

2°) a) Déterminer le nombre de cas où les réponses du candidat aux 6 premières questions sont exactes et fausses au deux autres.

b) Calculer la probabilité pour que le candidat réponde correctement à exactement 6 questions.

3°) Quelle est la probabilité que le candidat soit reçu si on lui demande de donner au moins 6 réponses justes ?

Exercice N° 4 :

Soit n un nombre entier supérieur à I . on considère une urne dans laquelle se trouvent :

- une boule ponant le numéro i
- deux boules portant le numéro 2
- trois boules ponant le numéro 2
- n boules portant le numéro n.

Combien l'urne contient-elle de boules?

On tire au hasard une boule de l'urne, tous les tirages sont supposés équiprobables

1°) On suppose dans cette question que n est pair.

Exprimer en fonction de n la probabilité pour que la boule tirée porte un numéro impair.

2°) Dans cette question, on suppose seulement que le nombre total de boules dans l'urne est 21.

Quelle est la probabilité pour que la boule tirée porte un numéro strictement supérieur à 4 ?