EXERCICE N°1

Soit f la fonction définie de IR dans IR par: $f(x)=\frac{2x-1}{1-x}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- dresser le tableau de variation de f

2- Soit D_p la droite dont une équation cartésienne: y=x+p où p est un paramètre réel

a) Déterminer suivant les valeurs de p le nombre des points d'intersection de D_p et ζ_f

b) Lorsque Dp coupe ζ_f en deux points M' et M'' déterminer l'ensemble des points Γ milieu du segment [M'M''] quant p varie dans IR

c) Pour deux valeurs p' et p'' de p (p'<p''), D_p coupe ζ_f en un seul point. On note A et B les deux points correspondants. Montrer que $D_{p'}$ et $D_{p''}$ sont tangentes à ζ_f respectivement en A et B et que $(AB)\perp D_p$ pour tout p réel

d) Construire Γ, $D_{p'}$, $D_{p''}$ et ζ_f

3- Soit $\Omega(1,-2)$

a) Montrer que Ω est un centre de symétrie pour ζ_f

b) Donner une équation cartésienne de ζ_f dans le repère R'=$(\Omega,\vec{i},\vec{j})$

c) Relativement au repère R' on donne les points F($\sqrt{2}$,-$\sqrt{2}$), F'(-$\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$) et M_0 le point d'abscisse 2

- Donner une équation de la tangente (T) à ζ_f au point M_0
- On pose {J}=(AB)$\cap$(T) .déterminer les cordonnées du point J
- Vérifier que $\frac{JF}{JF'}=\frac{M_0F}{M_0F'}$

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie par: $f(x)=\frac{2x^2-4x+2}{2x+3}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- Etudier les variations de f

2- Préciser les asymptotes de ζ_f

3- Montrer que le point I intersection des deux asymptotes est un centre de symétrie pour ζ_f

4- Tracer ζ_f

5- Soit $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$ .Donner une équation de la courbe de f dans le repère R'(I,$\vec{u}$,$\vec{j}$)

6- Utiliser le graphique pour discuter les solutions de l'équation
(Ep):$2x^2-(2+p)x-3p+2=0$

7- Donner une équation de la tangente à ζ_f au point d'abscisse 3

8- Soit D_m de coefficient directeur m et passant par le point B($-\frac{3}{2}$,$-\frac{20}{9}$)

Etudier graphiquement, suivant les valeurs de m, l'intersection de D_m et ζ_f

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie par: f(x)= $\dfrac{x^2+2x+3}{x+1}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. Etudier les variations de f
2. Préciser les asymptotes de ζ_f
3. Montrer que le point I intersection des deux asymptotes est un centre de symétrie pour ζ_f
4. Tracer ζ_f
5. Soit $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$.Donner une équation de la courbe de f dans le repère R'(I,$\vec{u}$, $\vec{j}$)
6. a) Ecrire une équation de la tangente (T) à ζ_f au point K d'abscisse 1 dans R
   b) existe t-il des tangentes à ζ_f qui sont perpendiculaires à (T)
7. Soit D_m:y=mx+2. Discuter suivant les valeurs de m le nombre des points D'intersection de ζ_f et D_m

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie par: f(x)= $\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. Etudier les variations de f
2. Préciser les asymptotes de ζ_f
3. Montrer que le point I intersection des deux asymptotes est un centre de symétrie pour ζ_f
4. Tracer ζ_f
5. soit D_m:y=2x+m avec m un paramètre réel

a) Montrer que pour tout réel m D_m coupe ζ_f en deux points M' et M" distincts

b) Déterminer l'ensembles des points milieux des segments [M'M"] quand m vari

6. Soit $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$.

a) Donner une équation de la courbe de f dans le repère R'(I,$\vec{u}$, $\vec{j}$)

b) Donner relativement au repère R' une équation de la tangente D en un point M_0 D'abscisse X_0

c) Déterminer les cordonnées des points T et T' intersection de D avec les droites D(I,$\vec{u}$) et D(I, $\vec{j}$)

d) Montrer que M_0=T*T'. En déduire une constriction de la tangente D en M_0

e) Montrer que $\overline{AT}.\overline{AT'}$ est indépendante de M_0

EXERCICE N°5

Soit f_m la fonction définie par: $f_m(x)= 2x-m+\dfrac{8-2m^2}{x-2m}$ où $m\in IR-\{-2,2\}$

1- Pour quelle valeurs de m, f_m conserve t-elle la même variation? Quel est ce sens? Pour quelle valeurs de m, f_m admet t-elle un maximum et un minimum?

2- Montrer que toutes les courbes ζ_m admettent un centre de symétrie Ω_m dont-on donnera ces cordonnées. Déterminer l'ensemble des points Ω_m lorsque m varie

3- Montrer que toutes les courbes ζ_m passe par deux points fixes M et N

4- Soit f la fonction définie par: f(x)= $\frac{2x^2+8}{x}$

a) Etudier les variations de f et construire sa ζ courbe dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

b) Utiliser la courbe ζ pour discuter selon k le nombre des solutions de l'équation (E_k): $2x^2$-kx+8=0 (k$\in IR$)

EXERCICE N°6

Soit f_m la fonction définie par: $f_m(x)=\frac{(m+1)x^2-(3m+1)x+2(m-1)}{x}$ On désigne par ζ_m sa courbe représentative dans un repère orthonormé R=$(o,\vec{i},\vec{j})$

1- Etudier f_3 et représenter sa courbe ζ_3

2- Montrer que toutes les courbes ζ_m passent par deux points fixes A et B (A celui d'ordonnée nul)

3- Ecrire les équations cartésiennes des tangentes à ζ_m au point A et B

4- Peut-on trouver des valeurs de m pour que ces tangentes soient parallèles puis perpendiculaires

5- Pour qu elle valeurs de m, ζ_m admet un extremum en A

EXERCICE N°7

Soit f_m la fonction définie par: $f_m(x)=\frac{mx^2-3x+5-m}{x-1}$ On désigne par ζ_m sa courbe représentative dans un repère orthonormé R=$(o,\vec{i},\vec{j})$

1- Montrer que toutes les courbes ζ_m passent par un point fixe que l'on précisera

2- Etudier suivant les valeurs de m le sens de variation de f_m

Pour la suite on prend m=2, et on note f_2 par f et ζ_2 par ζ

3- a) Tracer ζ

b) Utiliser la courbe ζ pour discuter selon les valeurs de k le nombre des solutions De l'équation (E_k): $2x^2$+(k-2)x+3-k=0

4- soit g la fonction définie par: g(x)= $\frac{2x^2+5x+5}{x+1}$ et Γ sa courbe selon le même repère

a) Montrer que pour tout x$\in$Df alors (x-2) $\in$Dg et g(x-2)=f(x)

b) En déduire que Γ c'est l'image de ζ par une translation que l'on précisera. Construire alors Γ

c) La courbe de restriction de g sur]-1, +∞[et la courbe ζ se coupe en H la droite D passant par H et parallèle à D(O,$\vec{i}$) recoupe ζ en E et Γ en F Montrer que H et le milieu du segment [EF] sans calculer les cordonnées de ces points

EXERCICE N°8

A- Soit f la fonction définie par: f(x)=$\frac{2x^2+2x-1}{x^2+x}$ On désigne par ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé R=$(o,\vec{i},\vec{j})$

1- Déterminer le domaine de définition de f

2- Trouver les réels a, b, et c pour que f(x)=$a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x+1}$

3- Montrer que la droite D: x=$-\frac{1}{2}$ est un centre de symétrie pour ζ

4- Etudier les variations de f

5- Tracer ζ

6- Utiliser la courbe ζ pour tracer la courbe $\Gamma: y=2-\frac{1}{|x|}+\frac{1}{|x|+1}$

7- On considère la suite définie sur IN* par: Un=2-f(n)

a) Calculer la somme $S_n=\sum_{k=1}^{n}U_k$

b) Déterminer $\lim_{n\to+\infty} S_n$

B- Soit g la fonction définie sur IR\{-1} par: $\begin{cases} g(x)=f(\frac{1}{x}) \text{ si } x\neq 0 \\ g(0)=2 \end{cases}$

1- Etudier la continuité de g en 0

2- Etudier la dérivabilité de g en 0 puis interpréter graphiquement le résultat

3- Déterminer les réels α,β et γ pour que g(x)=$\alpha x+\frac{\beta}{x}+\frac{\gamma}{x+1}$ pour tout x$\neq$-1

4- Montrer que le point $\Omega(-1,4)$ est un centre de symétrie pour Cg

5- Etudier les variations de g

6- Tracer Cg dans un repère R'$(O',\vec{u},\vec{v})$