LYCEE SECONDAIRE
9 AVRIL 1938
Sidi Bouzid

Series: 9

$3^{ème}$ année T & SC

Equations & inéquations trigonométriques

EXERCICE N°1

a) Résoudre dans IR les équations suivantes :

1) $2\cos x + \sqrt{3} = 0$

2) $-\sqrt{2}\sin x + 1 = 0$

3) $\cos x.\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

4) $tg(-x) = -1$

5) $\cos x = \sin 3x$

6) $-\cos 2x + \sin 2x = \frac{\sqrt{6}}{2}$

7) $tgx.tg2x = 1$

8) $2\sin^2 x - 3\sin x.\cos x + \cos^2 x - 1 = 0$

9) $\cos 3x = 4\cos^2 x$

10) $\sin(x - \frac{\pi}{2}) + \cos(2x - \frac{\pi}{2}) = 0$

11) $\cos x + \sqrt{3}\sin x + \sqrt{2} = 0$

12) $tg^2 x.tg^2 4x = 1$

13) $tg(x - \frac{\pi}{6}) + tg(-x + \frac{\pi}{3}) = 0$

14) $\sin^2(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) - \cos^2(x + \frac{\pi}{4}) = 0$

15) $tg^2(x - \frac{\pi}{6}) - tg^2(x + \frac{\pi}{3}) = 0$

16) $\sin^2 x = 1 + tg^2 x$

17) $tgx + tg4x = 2tg3x$

18) $\sin x + \sin 2x + \sin 5x + \sin 6x = 0$

19) $cotg^3 x = 2\cos 3x$

20) $1 + \cos x + \sin x + \sin 2x = 0$

21) $2\cos x + \cos 3x + \cos 5x = 0$

22) $3\sin x = 2\cos^2 x$

23) $\frac{\sin 3x}{\sin 2x} - \frac{\cos 3x}{\cos 2x} = 2$

24) $\sin(2x + \pi/6) + \sin(\pi/3 - x) = 0$

25) $\sin 2x + \cos 3x = 0$

26) $\sin^2 x - 2\sin x\cos x - \cos^2 x = 1$

27) $\sqrt{3}\cos x - \sin x = m$

b) Résoudre dans $[0;2\pi]$ les équations suivantes :

1) $\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}=3$ 2) $\dfrac{3+2\cos x}{1+\cos x}=1$

3) $\dfrac{2+\sin x}{2-\sin x}=-1$ 4) $\cos 2x=\cos^2 x$

5) $2\cos^2 x=\text{cotg}x$

EXERCICE N°2

1- Résoudre dans IR l'équation $\cos 4x=\sin x$

2- Soit un réel x vérifiant : $\sin x=\dfrac{-\sqrt{5}-1}{4}$ et $-\pi/2 < x < 0$

a) Calculer cos2x et cos4x .

b) En déduire alors x

3- Calculer $\text{tg}(3\pi/10)$

EXERCICE N°3

Soit un réel x vérifiant : $\text{tg}x=1-\sqrt{2}$ et $-\pi/2< x <0$

1- Déterminer tg2x et en déduire x

2- Déterminer les réels t vérifiant : $\text{cotg}(t-\pi/3) = 1-\sqrt{2}$

3- Déterminer les réels y vérifiant : $\dfrac{\sqrt{3}-\text{tg}y}{1+\sqrt{3}\text{tg}y}=-1+\sqrt{2}$

4- Déterminer les réels z de $[-\pi;\pi]$ vérifiant : $\text{tg}(\frac{\pi}{4}+\frac{z}{2})-\text{tg}(\frac{\pi}{4}-\frac{z}{2})=2+2\sqrt{2}$

EXERCICE N°4

Résoudre chacune des inéquations suivantes dans l'intervalle I indiqué :

1) $2\cos x-1>0$ $I=[-\pi;\pi]$ 2) $\sin x<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $I=[0;\pi]$

3) $\sqrt{3}\,\text{tg}x+1>0$ $I=]-\pi/2;\pi/2[$ 4) $\text{cotg}x > \sin 2x$ $I=]0;\pi[$

5) $4\sin^2 x- 1/2 < 0$ $I=[0;2\pi]$ 6) $\sin 4x+4\sin^3 x.\cos x\ 0$ $I=IR$

7) $\sin^3 x < \cos^3 x$ I=[0;2π] 8) $\cos 2x+2\cos^2 x > 2$ I=IR

9) $3tg^2x-4tgx+3 < 0$ I=]-π/2;π/2[

EXERCICE N°5

Déterminer le signe des expressions suivante dans [-π;π] .

A= 2cosx+1 B= -sinx-4 C=tg^2x-3 D=$\sin^2x-1$

E=-cosx+1 F=$\cos^2x+\cos x$ G=$\cos^2x-3\cos x$

EXERCICE N°6

On considère les fonctions f et g définies sue IR par :

$$f(x) = \cos x + \cos(2x + \frac{2\pi}{3}) + \cos(2x + \frac{4\pi}{3})$$
$$g(x) = \sin 2x + \sin(2x + \frac{2\pi}{3}) + \sin(2x + \frac{4\pi}{3})$$

1- comparer f(π/4 –x) et g(x)

2- Démontrer que f et g sont constantes sur IR

3- Soit (O,i,j) un repère orthonormé direct du plan , (C) le cercle trigonométrique de centre O et A,B et C les points de (C) tels que le triangle ABC soit équilatéral , on

pose $(\vec{i},\overrightarrow{OA}) \equiv 2x[2\pi]$. Démontrer que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.

4- Résoudre dans IR l'équation tg2x . tgx =1. Construire les images des solutions sur le cercle trigonométrique

EXERCICE N°7

On se propose de résoudre dans IR l'équation : $8x^3-6x-1=0$ (E)

1- Résoudre dans IR l'équation cos3x=1/2 et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

2- a) Exprimer cos3x en fonction de cosx

b) Vérifier que $x_1=\cos\pi/9$, $x_2=\cos 7\pi/9$, $x_3=\cos 13\pi/9$ sont les solutions de l'équation (E)

3- Ecrire $8x^3-6x-1=0$ sous la forme d'un produit faisant intervenir x_1, x_2, x_3 puis déduire les valeurs de :

A= $\cos\pi/9 + \cos7\pi/9 + \cos13\pi/9$

B= $\cos\pi/9 . \cos7\pi/9 + \cos7\pi/9 . \cos13\pi/9 + \cos\pi/9 . \cos13\pi/9$

C= $\cos\pi/9 . \text{Cos}7\pi/9 . \cos13\pi/9$