EXERCICE N°1

Soit $a \in IR$. Démontrer que :

1- $(\cos a-\sin a)^2=1-2\cos a.\sin a = 1-\sin 2a$

2- $\sin^3 a+\sin a.\cos^2 a=\sin a$

EXERCICE N°2

Soit $a \in IR$. Démontrer que :

1- $\cos^3 a+\cos a.\sin^2 a=\cos a$

2- $\cos^4 a-\sin^4 a=2\cos^2 a-1$

3- $(\sin a+\cos a)^2=1+2\sin a.\cos a$

4- $(\sin a+\cos a)^2+(\sin a-\cos a)^2=2$

EXERCICE N°3

Soit $a \in IR$. Démontrer que :

1- $(1-\sin a)(1+\sin a)=\cos^2 a$

2- $\sin^2 a+2\cos^2 a=1+\cos^2 a$

3- $(1+tg^2 a)(1-\sin^2 a)=1$

4- $tg^2 a-\sin^2 a=tg^2 a.\sin^2 a$

EXERCICE N°4

Montrer que :

1- $\sin^4 x+\cos^4 x =1-2\sin^2 x.\cos^2 x$

2- $\sin^6 x+\cos^6 x=1-3\sin^2 x.\cos^2 x$

3- $\dfrac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}=\dfrac{\cos 2x}{1-\sin 2x}$

EXERCICE N°5

Exprimer l'expression suivante en fonction de cos2x et sin2x .

$A =\cos^2 x -2\sin x.\cos x -5\sin^2 x$

EXERCICE N°6

De la relation $2\cos^2 x = 1+\cos 2x$,déduire : $\cos^4 x = 3/8 + 1/2 \cos 2x + 1/8 \cos 4x$

Calculer : $\cos^4(\pi/8) + \cos^4(3\pi/8) + \cos^4(5\pi/8) + \cos^4(7\pi/8)$

EXERCICE N°7

Démontrer les identités suivantes :

1- $2\cos(a+b)\sin(a-b) = \sin 2a - \sin 2b$ et $2\sin(a+b)\sin(a-b) = \cos 2b - \cos 2a$

2- $tg2a - tga = \dfrac{tga}{\cos 2a}$

3- $\sin 2a = \dfrac{2}{tga + \cot ga}$

4- $\cos^4 a - \sin^4 a = \cos 2a$

5- $\cos^2 2a - \sin^2 a = \cos a.\cos 3a$

6- $\sin 3a.\sin^3 a + \cos 3a.\cos^3 a = \cos^3 2a$

EXERCICE N°8

Simplifier les expressions suivantes :

$A = \dfrac{1 - 2\cos x + \cos 2x}{1 + 2\cos x + \cos 2x}$ $\qquad B = \dfrac{\sin 5x}{\sin x} - \dfrac{\cos 5x}{\cos x}$

$D = \dfrac{\sin 3x}{\sin x} + \dfrac{\cos 3x}{xosx}$ $\qquad E = \dfrac{\sin 2x}{\sin x} - \dfrac{\cos 2x}{\cos x}$

EXERCICE N°9

Soit $f(x) = \dfrac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x}$

a) Montrer que $f(x) = tg3x$

b) En déduire l valeur de $A = \dfrac{\sin 10° + \sin 30° + \sin 50°}{\cos 10° + \cos 30° + \cos 50°}$

EXERCICE N°10

Soit $h(x) = -3\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x.\cos x - 5\sin^2 x + 4$

a) Exprimer h(x) en fonction de cos2x et sin2x

b) En déduire l'écriture de h(x) sous la forme rcos(2x-φ)

c) Calculer le nombre $A = \dfrac{1}{\sin 10°} - \dfrac{\sqrt{3}}{\cos 10°}$

EXERCICE N°11

L'équation du second degré : x^2 -5x +3=0 possède deux solutions réelles x' et x" .

Soient a et b tels que x'=tga ,x''= tgb

Sans calculer x' et x" . Calculer tg(a+b)

EXERCICE N°12

Mettre sous forme de produit ou quotient:

1- $\cos^2 2x-\cos^2 x$

2- $\sin^2 2x-\sin^2 x/2$

3- $\sin^2 5x/2- \cos^2 3x/4$

4- tg2x-tgx

5- tgx + tg3x

6- $\cos 3x-\cos^2 3x/2$

7- 1+tgx.tg2x

8- 1+cos2x +2cosx

9- $\cos 3x-\cos^2 3x/2$

10- 1+cosx +cos2x

11- sinx+sin2x

12- cosx+cos2x

13- sinx+sin2x+sin3x

14- 1-cos2x+2sinx

15- tgx+tg2x

16- $\sin^2 3x - \sin^2 x$

EXERCICE N°13

Montrer que pour tout réel $x \neq k\pi/2$ on a :

$$tgx + \frac{1}{tgx} = \frac{2}{\sin 2x} \quad \text{et} \quad tg^2 x + \frac{1}{tg^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x} - 2$$

en déduire que $tg^2 \frac{\pi}{12} + tg^2 \frac{5\pi}{12} = 14$

EXERCICE N°15

Calculer le réel $\dfrac{\sin\frac{3\pi}{11} + \sin\frac{7\pi}{11}}{\sin\frac{6\pi}{11} . \cos\frac{9\pi}{11}}$

EXERCICE N°16

Exprimez en fonction de cos2x les réels suivants :

$A = \cos^4 x - \sin^4 x$

$B = \cos^4 x + \sin^4 x - 1/2\sin^2 2x$

$C = \text{cotg}^2 x - tg^2 x$

$D = 4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1$

$E = -8\sin^6 x - 6\sin^2 x + 12\sin^4 x$

$F = \dfrac{1 + tg^2 x}{1 - tg^2 x}$ (cosx et cos2x sont non nuls)

EXERCICE N°17

Exprimer en fonction de t=tgx/2 , les expressions suivantes .

$A = \dfrac{\sin x + \cos x - 1}{3\cos x - \sin x + 2}$

$B = tgx + \text{cotg}x$

$C = \dfrac{1 - \cos x - \sin x}{1 + \cos x + \sin x}$

$D = \dfrac{\sin x + \cos x}{3\sin x - 2\cos x}$

$E = \dfrac{2 + \sin x}{2 - \sin x}$

EXERCICE N°18

Ecrire sous la forme acos(bx-c)

A= cosx - sinx

B= -2cosx - 2sinx

C= cos3x + sin3x

D=-5√3sin2x - 5cos2x

E= -1/2 cos3x + $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 3x$

EXERCICE N°19

Soient a,b et c trois réels .

1- a) Transformer en produit l'expression S= sina + sinb + sinc - sin(a+b+c)

b) En déduire alors l'expressions de sin3a en fonction de sina

2- Soit un triangle ABC non rectangle et on pose CÂB=a ; ABC=b et ACB=c

a) Que devient alors S ?

b) Montrer que tga + tgb + tgc = tga.tgb.tgc

cos2a+cos2b+cos2c=1-4sina.sinb.sinc

$\dfrac{\sin b + \sin c}{\cos b + \cos c} = \cot g\,\dfrac{a}{2}$

$\cos^2 a+\cos^2 b+\cos^2 c=1-2\cos a.\cos b.\cos c$

EXERCICE N°20

1- Montrer que $\dfrac{\cos\frac{\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}} = \sqrt{3}$

2- Montrer que $\cos x - \sin x = -\sqrt{2}\,.\sin(x - \frac{\pi}{4})$

3- Montrer que Pour tout $x \in IR$:

$$\cos^4 x + \cos^4(x + \frac{\pi}{4}) + \cos^4(x + \frac{2\pi}{4}) + \cos^4(x + \frac{3\pi}{4}) = \frac{3}{2}$$