Trigonométrie

Exercice N°1

Pour $x \in IR$,calculer les expressions suivante en fonction de cosx et sinx

1- $\sin(5\pi - x) + \cos(\frac{5\pi}{2} + x) + \sin(\frac{5\pi}{2} - x)$

2- $\sin(x + \frac{3\pi}{2}) + \sin(3\pi - x) + \cos(3\pi - x) + \cos(x + \frac{3\pi}{2})$

Exercice N°2

1- Calculer cosx et sinx sachant que tgx=2 et $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$

2- Calculer cosx et tgx sachant que sinx= $\frac{-1}{4}$ et $\pi \le x \le \frac{3\pi}{2}$

Exercice N°3

Démontrer les résultats suivantes

1- $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2\cos x \sin x$

2- $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2\cos x \sin x$

3- $\cos^4 x + \sin^4 x + 2\sin^2 x \cos^2 x = 1$

4- $\cos^2 x - \cos^2 y = \sin^2 y - \sin^2 x = \frac{1}{1+tg^2 x} - \frac{1}{1+tg^2 y}$

5- (tgxtgy)(cotgx+cotgy)=tgx+tgy

Exercice N°4

1- a- Montrer que pour tous x et y réels on a :$\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2\cos x \cos y$

b- En déduire que pour tout x réel on a :$\cos x + \cos(x + \frac{2\pi}{3}) + \cos(x - \frac{2\pi}{3}) = 0$

2- Montrer que pour tout x réel on a :

a- $2(1-\cos 2x) - \sin^2 2x = 4\sin^4 x$

b- $2\sin(\frac{\pi}{4} - x)\cos(\frac{\pi}{4} - x) = \cos 2x$

3- Montrer que pour tout $x \in IR - \{k\frac{\pi}{2}, k \in Z\}$,on a : $tgx + \frac{1}{tgx} = \frac{2}{\sin 2x}$

Exercice N°5

Simplifier les expressions suivantes

1- $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 - 2$

2- $\cos^4 x - \sin^4 x$

3- $\frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y}$ - $cotg^2 x \, cotg^2 y$

4- $\cos^6 x + \sin^6 x$

5- $\frac{\sin 2x}{\sin x} - \frac{\cos 2x}{\cos x}$

Exercice N°6

1- Montrer que $\cos^4 x = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{8}\cos 4x$

2- Montrer que $\cos^4\frac{\pi}{8} + \cos^4\frac{3\pi}{8} + \cos^4\frac{7\pi}{8} = \frac{3}{2}$

3- Sachant que $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,donner la valeur de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $tg\frac{\pi}{24}$

4- Montrer que $tg^2\frac{\pi}{12} + tg^2\frac{5\pi}{12} = 14$

Trigonométrie

Exercice N°7

1- Exprimer à l'aide de sin2x et cos2x
   $A= \cos^2x-2\sin x\cos x-5\sin^2x$
2- Montrer que pour tout x réel tel que $\sin x \neq -1$ on a : $\frac{1-\sin x}{1+\sin x}=tg^2(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})$

Exercice N°8

1- Calculer $A=\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{7x}{12}$;$B=\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7}$
2- Montrer les égalités suivantes
   a) $4\sin x\sin(x+\frac{\pi}{3})\sin(x+\frac{2\pi}{3})=\sin 3x$
   b) $\frac{\cos 2x-\cos 4x}{\cos 2x+\cos 4x}=tg3xtgx$

Exercice N°9

Soient $S=\cos(\frac{2\pi}{5})+\cos(\frac{4\pi}{5})$ et $S'=\cos(\frac{3\pi}{5})\cos(\frac{\pi}{5})$

1- Calculer $2S\sin(\frac{\pi}{5})$ en déduire les valeurs de S et S'
2- Montrer que $\cos(\frac{2\pi}{5})\cos(\frac{4\pi}{5})=-\frac{1}{4}$ déduire la valeur de $\cos(\frac{2\pi}{5})$

Exercice N°10

1- Soient $P_1= \cos(\frac{\pi}{5})\cos(\frac{2\pi}{5})$ et $Q_1= \sin(\frac{\pi}{5})\sin(\frac{2\pi}{5})$
   Calculer P_1Q_1 et en déduire la valeur de P_1
2- Soient $P_2= \cos(\frac{\pi}{7})\cos(\frac{2\pi}{7})\cos(\frac{3\pi}{7})$ et $Q_2= \sin(\frac{\pi}{7})\sin(\frac{2\pi}{7})\sin(\frac{3\pi}{7})$
   Calculer P_2Q_2 en déduire la valeur de P_2

Exercice N°11

1- Montrer que pour $a\in IR-\{k\frac{\pi}{2},k\in Z\}$ on a : $\frac{1}{\sin 2a}=\cot ga-\cot g2a$
2- En déduire la valeur de la somme
   $S_n=\frac{1}{\sin a}+\frac{1}{\sin 2a}+\frac{1}{\sin 4a}+\dots\dots\dots+\frac{1}{\sin 2^n a}$

Exercice N°12

Pour n dans IN et a et h deux réels tel que $h\neq 2k\pi$, $k\in Z$ on pose
$S= \cos a+\cos(a+h)+\cos(a+2h)+\dots\dots\dots+\cos(a+nh)$
$S'=\sin a+\sin(a+h)+\sin(a+2h)+\dots\dots\dots+\sin(a+nh)$

1- Former le produit $2S.\sin\frac{h}{2}$ .Décomposer en somme les produit du second membre simplifier et déduire la valeur de S
2- Former le produit $2S'.\sin\frac{h}{2}$ .Décomposer en somme les produit du second membre simplifier et déduire la valeur de S'

Exercice N°13

Pour $x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ On donne $\sin x=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

1- Calculer cos2x
2- Vérifier que cos4x=sinx, En déduire x

Trigonométrie

Exercice N°

1- Montrer que pour tout x réel on a : $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 2\cos(x-\frac{\pi}{3}) = 2\sin(x+\frac{\pi}{6})$

2- Déduire alors que : $\cos(\frac{5\pi}{12}) + \sqrt{3}\sin(\frac{5\pi}{12}) = 2\cos(\frac{\pi}{18})$

3- Déduire donc $\frac{1}{\sin\frac{5\pi}{18}} + \frac{\sqrt{3}}{\cos\frac{5\pi}{18}} = 4$

4- Soit $f(x) = 1 + 2\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x$

   a) Vérifier que $f(x) = 2\cos 2x + 2\sqrt{3}\cos x \sin x$

   b) Montrer alors que $f(x) = 4\cos x \sin(x+\frac{\pi}{6})$

   c) Calculer de deux manières $f(\frac{\pi}{12})$. Déduire alors $\cos\frac{\pi}{12}$

5- Pour $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[- \{\frac{\pi}{6}\}$ on considère $g(x) = \frac{1+2\cos x}{1+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x}$

   a) Montrer que $g(x) = \frac{\cos x}{2\sin(x+\frac{\pi}{6})}$

   b) Calculer de deux manières $g(-\frac{\pi}{12})$

Déduire que $\operatorname{cotg}(\frac{\pi}{12}) = 2+\sqrt{3}$