

**EXERCICEN°1**

Dans le plan orienté, on considère un triangle AIC isocèle rectangle en C tel que  $(\vec{CA}, \vec{CI}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$  et  $AI = 4\text{cm}$  soit B le symétrique de A par rapport à I et H le projeté orthogonale de B sur (AC)

- 1-
  - a) Calculer  $\vec{IA} \cdot \vec{IB}$  et  $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$
  - b) Calculer CI et CB
  - c) Montrer que  $\cos(\angle BCI) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
- 2- Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan suivants
  - a)  $E = \{M \text{ appartient à P tel que } \vec{MA} \cdot \vec{MC} = 0\}$
  - b)  $F = \{M \text{ appartient à P tel que } MA^2 + 3MB^2 = 64\}$
- 3- Le plan est muni du repère  $(C, \vec{CA}, \vec{CI})$ 
  - a) Calculer les coordonnées du point B
  - b) Déterminer une équation cartésienne de la droite de la droite (BC)
  - c) En déduire la distance du point I à la droite (BC)

**EXERCICEN°3**

Dans le plan orienté, on considère un triangle AIC isocèle et rectangle en C telles que  $(\vec{CA}, \vec{CI}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$  et  $AI = 4$  soit  $B = S_I(A)$

- 1-
  - a) Montrer que  $CT = 2\sqrt{2}$
  - b) Calculer CB
  - c) Montrer que  $\cos(\angle BCI) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
- 2- Soit E l'ensemble des points M du plan tels que:  $MA^2 - 4MB^2 = 64$  et soit G le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,-4)

a) Montrer que pour tout M du plan on a:  $MA^2 - 4MB^2 = -3MG^2 + GA^2 - 4GB^2$

b) En déduire l'ensemble des points E

**EXERCICEN°4**

Soit un triangle Abc équilatéral tel que  $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$  et  $AB = 2$

- 1- Soit  $D = \{M \in P \text{ tel que } \vec{MB} \cdot \vec{AC} = 2\}$ 
  - a) Montrer que A appartient à D
  - b) Déterminer et construire D
- 2- Déterminer l'ensemble E des points M du plan  $(\vec{MA} + \vec{MB}) \cdot \vec{AB} = 0$
- 3- Soit  $E_k = \{M \in P \text{ tel que } MA^2 + MB^2 = k, k \in \mathbb{R}\}$   
Déterminer suivant les valeurs de k l'ensemble  $E_k$

**EXERCICEN°5**

On considère dans le plan deux points A et B tel que  $AB = 2$  et  $I = A * B$

- 1- Montrer que l'ensemble des points M du plan tel que :  $(\vec{MA} + \vec{MB}) \cdot \vec{AB} = 0$  est la médiatrice du segment [AB]
- 2- Déterminer et construire l'ensemble suivant
 
$$E = \{M, M \in P \text{ tel que: } 2\vec{MA} \cdot \vec{AB} = \vec{MB} \cdot \vec{AB}\}$$

$$F = \{M, M \in P \text{ tel que: } 2\vec{MA} \cdot \vec{MB} - MB^2 = 0\}$$

$$G = \{M, M \in P \text{ tel que: } 2MA^2 - MB^2 = 8\}$$

**EXERCICEN°6**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

- 1- Soit  $D_\alpha$ : d'équation cartésienne,  $D_\alpha : x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha - 6 \cos^2 \alpha = 0; \alpha \in [0, \pi]$

Calculer  $\alpha$  pour que le cercle de centre I(3,4) et de rayon 1 soit tangent à  $D_\alpha$

2- On considère les deux droites  $D: x-2y+3=0$ ,

$D': x+2y+6=0$  et le point A (2, m) ; m un réel

- Déterminer m pour que  $d(A, D) = d(A, D')$
- Déterminer l'ensemble des points M(x, y) du plan pour que  $d(M, D) = d(M, D')$

**EXERCICEN°7**

Pour tout réel m On considère l'ensemble:

$$E_m = \{M(x, y) \text{ tel que } x^2 + y^2 + 2mx - 2(m-2)y + 4 = 0\}$$

- Pour quelles valeurs du réel m  $E_m$  est un cercle
- Existe t-il des cercles  $E_m$  tangent à la droite  $D: y=x+1$
- Existe t-il des tangentes à  $E_1$  issues du point W (1,3)

**EXERCICEN°8**

ABC étant un triangle quelconque du plan. On pose  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$  et  $2p=a+b+c$

$$1- \text{ Montrer que } \sin^2 \angle A = \frac{4p(p-a)(p-b)(p-c)}{b^2c^2}$$

2- Montrer que l'aire S du triangle ABC est donnée par:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

**EXERCICEN°9**

A, B et C trois points non alignés du plan

Montrer que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}[AB^2 + AC^2 - BC^2]$

**EXERCICEN°10**

Dans le plan orienté. on considère un carré ABCD de centre O et de côté a tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$ . On marque les points E et F respectivement sur les cotés [AB] et [AD] tel que  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  et

$$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}. \text{ On désigne par } I = A * B \text{ et } J = A * D$$

1- a) Montrer que  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AF}$

b) En déduire que:  $\overrightarrow{OE}$  et  $\overrightarrow{OF}$  sont orthogonaux

2- Montrer que :  $\overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{CE} = a^2$  ; en déduire les valeurs de  $\cos(\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CF})$

3- a) Montrer que :  $2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$  et que:  $\overrightarrow{FA} + 2\overrightarrow{FD} = \vec{0}$

b) En déduire que pour tout M du plan on a:

$$*) 2MA^2 + MB^2 = 3ME^2 + \frac{2}{3}a^2$$

$$*) MA^2 + 2MD^2 = 3MF^2 + \frac{2}{3}a^2$$

c) Montrer que l'ensemble ! des points M du plan tels que

$$MA^2 + MB^2 = 2MD^2 \text{ est la médiatrice de } [EF]$$

4- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que

$$(MA^2 + MC^2) + (MB^2 + MD^2) = 6a^2$$

**EXERCICEN°11**

1- On considère deux points A et B du plan tel que  $AB=2$  et  $I = A * B$

a) Montrer que l'ensemble des points du plan tels que

$$(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \text{ est la médiatrice de } [AB]$$

- b) Montrer que l'ensemble des points M du plan tels que  $(MA^2 + MB^2) = \frac{42}{5}$  est le cercle C de centre I et de rayon que l'on précisera
- 2- Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  et les points A et B sont de coordonnées A (1,-1) et B (1,3) et J(0,1)
- a) Calculer  $\overline{AB} \cdot \overline{AJ}$  et en déduire  $\cos(\widehat{BAJ})$
- b) Déterminer l'ensemble !' des points M(x, y) du plan tel que  $\overline{JM} \cdot \vec{i} = 0$
- c) Soit la droite D:  $x-2y+5=0$ ; Calculer d(I, D), en déduire que C et D sont tangents
- d) Soit D':  $x+2y+1=0$  vérifier que D' est tangente à C et préciser le point de contact
- e) Montrer que l'ensemble des points M(x, y) tel que  $d(M, D) = d(M, D')$  est la réunion des droites ! et !'
- 3- Construire C, D, D', ! et !'