Exercice N° 1 :

1) Montrer par récurrence que pour tout n∈ IN* : $1\times3 + 2\times4 + ... + n\times(n+2) = \frac{1}{6}n\,(n+1)\,(2n+7)$

Exercice N° 2 :

1) Montrer par récurrence que pour tout n∈ IN* : $3\times5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ est divisible par 17.
2) Montrer par récurrence que pour tout n∈ IN* : $3^{2n+2} - 2^{n+1}$ est divisible par 7

Exercice N° 3 :

1) Montrer par récurrence que pour tout n∈ IN* : $\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ et que $\sum_{k=1}^{n} k2^{k-1} = 2^n(n-1)+1$

Exercice N° 4 :

Montrer que si (U_n) est une suite arithmétique non nulle alors la suite (V_n) telle que $V_n = q^{U_n}$ est géométrique.

Exercice N° 5 :

Soit la suite (U_n) définie sur IN* par $\sum_{k=1}^{n} U_k = \frac{-2n-4}{2^n} + 4$

1) Prouver que pour tout n∈ IN* : $U_n = \frac{n}{2^{n-1}}$ 2) Démontrer par récurrence que pour tout n∈ IN* : $U_n \le 1$.

Exercice N° 6 :

Soit la suite $U = (U_n)_{n\in IN}$ définie par $U_0 \in]-1;0[$ et la relation de récurrence : $U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{3+U_n^2}}$

Montrer par récurrence que pour tout n∈ IN : $-1 < U_n < 0$

Exercice N° 7 :

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $U_0 = 1$; $U_{n+1} = U_n + \frac{1+U_n}{1+2U_n}$

1) Montrer par récurrence que pour tout n∈ IN ; $U_n > 0$. En déduire que pour tout n∈ IN : $U_{n+1} > U_n$
2) Montrer que pour tout n∈ IN ; $U_{n+1} > U_n + \frac{1}{2}$. En déduire que pour tout n∈ IN* $U_n > 1 + \frac{n}{2}$.

Exercice N° 8 :

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $U_0 = 9$; et pour tout n∈ IN : $U_{n+1} = \frac{U_n^2+9}{2U_n}$

1) Démontrer par récurrence que pour tout n∈ IN* : $U_n > 3$
2) On pose $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 3}$

   a/ Établir que $U_{n+1} - 3 = \frac{(U_n-3)^2}{2U_n}$ et $U_{n+1} + 3 = \frac{(U_n+3)^2}{2U_n}$

   b/ En déduire V_{n+1} en fonction de V_n

   c/ Démontrer par récurrence que pour tout n∈ IN* : $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}$

   d/ En déduire U_n

Exercice N° 9 :

(U_n) est une suite arithmétique de raison 2 et telle que $U_3 = 5$
1) Exprimer U_n en fonction de n
2) On pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} U_k$. Exprimer S_n en fonction de n.
3) Soit $V_n = \frac{1}{U_n}$. Montrer que : $V_{k+1} - V_k = \frac{-2}{4k^2-1}$ et en déduire en fonction de n la somme $S = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{4k^2-1}$.