Exercice N° 1 :

ABC est un triangle rectangle en A. Montrer que si AB ; AC et BC sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique alors AB ; AC et BC sont proportionnels aux nombres 3 ; 4 et 5.

Exercice N° 2 :

Soit (U_n) une suite arithmétique de raison r et de premier terme U_1. On suppose que $r > 0$ et $U_1 > 0$

Montrer que $\dfrac{1}{\sqrt{U_1}+\sqrt{U_2}}+\dfrac{1}{\sqrt{U_2}+\sqrt{U_3}}+......+\dfrac{1}{\sqrt{U_{n-1}}+\sqrt{U_n}}=\dfrac{n-1}{\sqrt{U_1}+\sqrt{U_n}}$

Exercice N° 3 :

On considère la suite (U_n) définie sur IN par $U_0 = 1$ et la relation $U_{n+1}=\sqrt{U_n^2+\dfrac{1}{2^{n+1}}}$ pour tout $n \in$ IN .

1) Montrer que pour tout n∈ IN : $U_n \geq 1$
2) Montrer que pour tout n∈ IN : $U_n=\sqrt{2-\dfrac{1}{2^n}}$

Exercice N° 4 :

On considère la suite (U_n) définie sur IN par $U_0 = 0$ et pour tout $n \in$ IN* : $U_n = U_{n-1} + n(-1)^{n-1}$

1) Montrer que $U_{n+2} = U_n - (-1)^n$.
2) On considère les suites (V_p) et (W_p) définies sur IN* par : $V_p = U_{2p-1}$ et $W_p = U_{2p}$
   a/ Déterminer la nature de (W_p) et calculer en fonction de p son terme général W_p
   b/ Montrer que pour tout p∈ IN* : $V_p + W_p$
   c/ En déduire la somme $S = U_0 + U_1 + ... + U_n$

Exercice N° 5 :

Soit la suite (U_n) définie sur IN par : $U_0 = 2$ et pour tout $n \in$ IN* : $U_n = aU_{n-1} + 3$ où $a \in$ IR \ {1}

1) Montrer que la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = U_n + \dfrac{3}{a-1}$ est une suite géométrique
2) Exprimer V_n en fonction de n et a. En déduire U_n.
3) Étudier suivant les valeurs de a la limite de la suite (V_n)

Exercice N° 6 :

Soit la suite (U_n) définie sur IN* par : $U_n=\dfrac{3^n-4^n}{3^n+4^n}$. Calculer la somme $S_n=\dfrac{1}{U_1-1}+\dfrac{1}{U_2-1}+......+\dfrac{1}{U_n-1}$

Exercice N° 7 :

Soit la suite (U_n) définie sur IN par : $U_o = -1$ et $U_{n+1}=\dfrac{4U_n+3}{U_n+6}$

1) Montrer que pour tout $n \in$ IN : $-3 < U_n < 1$
2) Montrer que pour tout $n \in$ IN : $U_{n+1} - U_n > 0$
3) Soit la suite (V_n) définie sue IN par $V_n=\dfrac{U_n-1}{U_n+3}$
   a/ Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique .
   b/ Exprimer V_n en fonction de n et en déduire U_n en fonction de n