

**Exercice N° 1 :**  $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + 7} - 3}{x - 1}$  si  $x \neq 1$   
 Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $\left\{ \begin{array}{l} f(1) = \frac{2}{3} \end{array} \right.$

Étudier la continuité de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice N° 2 :**

Soit la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = x\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \quad \text{si } |x| < 1 \\ f(x) = x^2 - x \quad \text{si } |x| \geq 1 \end{array} \right.$$

- 1) Étudier la continuité de  $f$  en  $-1$  et en  $1$ .
- 2) Sur quels intervalles  $f$  est continue ?

**Exercice N° 3 :**

Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = 3x^2 + x + m \quad \text{si } x \leq -2 \\ f(x) = |x^2 - 3x| - 4 \quad \text{si } -2 < x \leq 2 \\ f(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} \quad \text{si } x > 2 \end{array} \right.$$

- 1) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = 0$
- 2) Déterminer le réel  $m$  pour que  $f$  soit continue au point  $-2$  puis déterminer dans ce cas les intervalles sur lesquels  $f$  est continue.
- 3) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

**Exercice N° 4 :**

On considère la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{-2ax + 1}{4x} \quad \text{si } |x| \geq \frac{1}{2} \\ f(x) = 2xE(2x) - 1 \quad \text{si } |x| < \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

- 1) a/ Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$   
 b/  $f$  est-elle continue en  $0$  ?
- 2) Déterminer le réel  $a$  pour que  $f$  soit continue au point  $\frac{1}{2}$

**Exercice N° 5 :**

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = x + a + \sqrt{x^2 + x + 1} \quad \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = x^2 - x \quad \text{si } 0 < x \leq 1 \\ f(x) = bx - \frac{x-1}{\sqrt{x^2 + 3} - 2} \quad \text{si } x > 1 \end{array} \right.$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
- 2) Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $f$  soit continue sur  $\mathbb{R}$ .
- 3) On prend  $a = -1$  et  $b = 2$ , calculer  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 4) Pour la valeur de  $b$  trouvée, étudier la dérivabilité de  $f$  en  $1$ .

**Exercice N° 6 :**

Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{2x^2 - |x|}{2x^2 + x} \quad \text{si } x \neq 0 \\ f(x) = \alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \end{array} \right.$$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Déterminer, suivant les valeurs du paramètre réel  $\alpha$ , le domaine de continuité de la fonction  $f$ .

**Exercice N° 7 :**

Soit  $f(x) = (x + E(x))(1 - x + E(x))$

- 1) Montrer que  $f$  est continue en  $0$
- 2) Étudier la continuité de  $f$  en  $n$  ;  $n \in \mathbb{Z}^*$

**Exercice N° 8 :**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Montrer que  $f$  est dérivable au point  $x_0 = 1$  et déterminer  $f'(1)$
- 3) Écrire une équation de la tangente à  $C_f$  au point  $A$  d'abscisse  $1$

**Exercice N° 9 :**

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{1 - 2^n x^n}{1 - 2x} \quad \text{si } x \neq \frac{1}{2} \quad n \in \mathbb{N} \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = n \end{array} \right.$$

Étudier la continuité de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice N° 10 :**

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = 4\sqrt{x+1} \quad \text{si } x \geq 3 \\ f(x) = x^2 - 5x + a \quad \text{si } x < 3 \end{array} \right.$$

- 1) Déterminer  $a$  pour que  $f$  soit continue sur  $\mathbb{R}$ .
- 2) a/ Pour  $a$  trouvée, montrer que  $f$  est dérivable en  $3$ .  
 b/ Former l'équation de la tangente à la courbe  $C_f$  au point  $A$  d'abscisse  $3$  puis étudier la position de  $c$  par rapport à  $C_f$ .

**Exercice N° 11 :**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 9}$ .

- 1) Déterminer  $D_f$ , montrer que  $f$  est dérivable au point  $x_0 = 2$ .
- 2) Soit  $g(x) = f(x) + 2mx - 1$  ;  $m \in \mathbb{R}$ . Étudier suivant  $m$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

**Exercice N° 12 :**

Soit  $f(x) = x\sqrt{|4 - x^2|}$

- 1) Étudier la dérivabilité de  $f$  en  $0$ ,  $2$ ,  $-2$ .
- 2) Interpréter géométriquement les résultats obtenus