Exercice N° 1 :

Soit $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^3-3x+2}}{2x^2-x-1}$ Déterminer les limites éventuelles de f en 1 ; $-\frac{1}{2}$; -2 ; $+\infty$ et $-\infty$

Exercice N° 2 :

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-|x|+1}$.

Etudier les limite éventuelles de f en $-\frac{1}{2}$; en $+\infty$ et en $-\infty$

Exercice N° 3 :

Soit $a \in \mathrm{IR}$ et f la fonction définie par

$f(x)=\dfrac{1}{x^2-4x+3}+\dfrac{x+a}{x-1}$. Déterminer a pour que f admette une limite finie en 1.

Exercice N° 4 :

Soit $m \in \mathrm{IR}$ et f la fonction définie par

$f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-(1+mx)}{x^2}$. Déterminer m pour que f admette une limite finie ℓ en 0. Donner ℓ.

Exercice N° 5 :

Soit la fonction f définie par

$$\begin{cases} f(x)=x+a+\sqrt{x^2+x+1} & \text{si } x\le 0 \quad (a\in \mathrm{IR}) \\ f(x)=x^2-x & \text{si } 0<x\le 1 \\ f(x)=bx-\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2} & \text{si } x>1 \quad (b\in \mathrm{IR}) \end{cases}$$

Déterminer les réels a et b pour que la limite de f en chacun des points 0 et 1 existe.

Exercice N° 6 :

Déterminer les limites éventuelles suivantes

$\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{2x^2+3x-1}+x)$ $\qquad \lim\limits_{x\to-2}\left(\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{(x+2)^2}\right)$

$\lim\limits_{x\to-\infty}(2x+\sqrt{4x^2-4x-3})$ $\qquad \lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-3x+2}{2x^3-3x^2+1}$

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{2x+5}-3}$ $\qquad \lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{2x}{x^2-4}\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{\sqrt{x+2}}-\dfrac{x}{\sqrt{x+5}}\right)$ $\qquad \lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt{3x+8}-\sqrt{-3x-4}}{\sqrt{2x+7}-\sqrt{-x+1}}$

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{x-1}-1}$ $\qquad \lim\limits_{x\to0}\dfrac{x+2-\sqrt{x+4}}{2x+1-\sqrt{x+1}}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x^n}\left(\dfrac{1}{1-x}-(1+x+x^2+\ldots+x^n)\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$

Exercice N° 7 :

Soit m un réel et f la fonction définie par

$f(x)=\dfrac{(m+1)x^2+3mx+1}{2x^2-x-1}$. Etudier suivant les valeurs du paramètre réel m les limites de f en $+\infty$; $-\infty$; $-\frac{1}{2}$

Exercice N° 8 :

On considère la fonction f définie par

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{x+3}-\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^2+6x+9}} & \text{si } x\le -2 \text{ ou } x\ge 3 \\ f(x)=x^2+2x-2 & \text{si } -2<x<3 \end{cases}$$

1) Déterminer D_f le domaine de définition de f.
2) Etudier les limites de f en $+\infty$; en $-\infty$ et en -3
3) Etudier la continuité de f en -2 et en 3.

Exercice N° 9 :

Soit $f(x)=\sqrt{2x^2-|x|}-mx+2$

1) Déterminer D_f le domaine de définition de f
2) Discuter selon m la limite de $f(x)$ en $-\infty$
3) On prend $m = 1$

   a/ Déterminer la limite de $\dfrac{f(x)}{x}$ en $-\infty$

   b/ Déterminer la limite de $\left[f(x)+(1+\sqrt{2})x\right]$ en $-\infty$

4) On prend $m = 3$. Déterminer la limite de $\dfrac{f(x)}{x-1}$ lorsque x tend vers 1.

Exercice N° 10 :

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+|x|}{x^2-|x|} & \text{si } x\neq 0 \\ f(0)=-1 \end{cases}$

1) Trouver le domaine de définition de f
2) La fonction f est-elle continue en 0 ? Étudier la continuité de f sur son domaine de définition.
3) La fonction est-elle dérivable en 0.
4) Déterminer sur quels intervalles f est dérivable et déterminer sa fonction dérivée.

Exercice N° 11 :

Soit la fonction polynôme définie par $P_n(x)=x^n-1$

avec $n\in \mathrm{IN}^* \setminus \{1, 2\}$

1) Justifier l'identité $P_n(x)=(x-1)(1+x+x^2+\ldots+x^{n-1})$

2) On suppose que $x\neq 1$

   a/ Montrer que $\displaystyle\sum_{k=2}^{n}(k-1)x^{k-2}=\dfrac{(n-1)x^n-n\,x^{n-1}+1}{(x-1)^2}$

   b/ Calculer $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(n-1)x^n-n\,x^{n-1}+1}{(x-1)^2}$