Série (4)
Classes: 3ème Tech+Sci-exp
Lycée 9-4-1938 Sidi Bouzid

Année Scolaire 2005-2006

Exercice N°1:

L'équation du second degré : x^2 -5x +3=0 possède deux solutions réelles x' et x'' .

Soient a et b tels que x'=tga , x''= tgb

Sans calculer x' et x''. Calculer tg(a+b)

Exercice N°2:

De la relation $2\cos^2 x = 1+\cos 2x$,déduire : $\cos^4 x = 3/8 + 1/2 \cos 2x + 1/8 \cos 4x$

Calculer : $\cos^4(\pi/8) + \cos^4(3\pi/8) + \cos^4(5\pi/8) + \cos^4(7\pi/8)$

Exercice N°3:

Pour x réel tel que: $1 + \sin 2x \neq 0$, $\cos 2x \neq 0$ et $\cos x + \sin x \neq 0$

1- Montrer que $\dfrac{\cos 2x}{1+\sin 2x} = \dfrac{1-\sin 2x}{\cos 2x} = \dfrac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$

2- Pour $x = \dfrac{\pi}{8}$ et sans calculer $\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\sin(\dfrac{\pi}{8})$ déduire que: $\cot g(\dfrac{\pi}{8}) = 1+\sqrt{2}$

3- Transformer alors en $r\cos(x-\varphi)$ L'expression: $(1+\sqrt{2})\cos x + \sin x$

Exercice N°4:

1- Pour x réel tel que $-\pi < x < 0$ et $\cos(2x) = -\dfrac{3}{4}$ calculer $\cos x$, $\sin x$ et tgx

2- On pose A= $\cos(\dfrac{\pi}{6} - 2x) + \cos(\dfrac{\pi}{6} + 2x)$. Exprimer A en fonction de $\cos x$ et $\sin x$

3- Pour $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .On pose B=$\dfrac{2\sin x + \sin 2x}{2\sin x - \sin 2x}$, montrer que B=$tg^2(\dfrac{x}{2})$ en déduire $tg(\dfrac{\pi}{12})$

4- Soit f(x)= $-1+\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x$

a) Transformer $\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x$ en $r\cos(2x-\phi)$

b) Montrer alors que f(x)=$1-4\sin^2(x+\dfrac{\pi}{12})$ déduire $\sin(\dfrac{\pi}{12})$

Exercice N°4:

1- Montrer que pour tout x réel on a : 4sinxcosx cos2x=sin4x

2- En déduire $\cos\dfrac{\pi}{5}\cos\dfrac{2\pi}{5} = \dfrac{1}{4}$

3- A l'aide de 2- Montrer que : $\cos\dfrac{\pi}{5} + \cos\dfrac{3\pi}{5} = \dfrac{1}{2}$

4- Déduire que $\cos\dfrac{\pi}{5} - \cos\dfrac{2\pi}{5} = \dfrac{1}{2}$

5- Calculer les valeurs de $\cos\dfrac{\pi}{5}$ et $\cos\dfrac{2\pi}{5}$

Exercice N°5:

Soient S=$\cos(\frac{2\pi}{5})+\cos(\frac{4\pi}{5})$ et S'=$\cos(\frac{3\pi}{5})\cos(\frac{\pi}{5})$

1- Calculer $2S\sin(\frac{\pi}{5})$ en déduire les valeurs de S et S'
2- Montrer que $\cos(\frac{2\pi}{5})\cos(\frac{4\pi}{5})=-\frac{1}{4}$ déduire $\cos(\frac{2\pi}{5})$
3- Soient $P_1=\cos(\frac{\pi}{5})\cos(\frac{2\pi}{5})$ et $Q_1=\sin(\frac{\pi}{5})\sin(\frac{2\pi}{5})$
   Calculer P_1Q_1 et en déduire la valeur de P_1
4- Soient $P_2=\cos(\frac{\pi}{7})\cos(\frac{2\pi}{7})\cos(\frac{3\pi}{7})$ et $Q_2=\sin(\frac{\pi}{7})\sin(\frac{2\pi}{7})\sin(\frac{3\pi}{7})$
   Calculer P_2Q_2 en déduire la valeur de P_2

Exercice N°6:

1- Montrer que pour tout x réel on a : $\cos x+\sqrt{3}\sin x=2\cos(x-\frac{\pi}{3})=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$
2- Déduire alors que :$\cos(\frac{5\pi}{12})+\sqrt{3}\sin(\frac{5\pi}{12})=2\cos(\frac{\pi}{18})$
3- Déduire donc $\frac{1}{\sin\frac{5\pi}{18}}+\frac{\sqrt{3}}{\cos\frac{5\pi}{18}}=4$
4- Soit $f(x)=1+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x$
   a) Vérifier que $f(x)=2\cos^2 x+2\sqrt{3}\cos x\sin x$
   b) Montrer alors que $f(x)=4\cos x\sin(x+\frac{\pi}{6})$
   c) Calculer de deux manières $f(\frac{\pi}{12})$.Déduire alors $\cos\frac{\pi}{12}$
5- Pour $x\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[-\{\frac{\pi}{6}\}$ on considère $g(x)=\frac{1+\cos 2x}{1+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x}$
   a) Montrer que $g(x)=\frac{\cos x}{2\sin(x+\frac{\pi}{6})}$
   b) Calculer de deux manières $g(-\frac{\pi}{12})$.Déduire que $\text{cotg}(\frac{\pi}{12})=2+\sqrt{3}$

Exercice N°1 Démontrer les identités suivantes :

1- $2\cos(a+b)\sin(a-b)=\sin 2a-\sin 2b$ et $2\sin(a+b)\sin(a-b)=\cos 2b-\cos 2a$

2- $\cos^4 a-\sin^4 a=\cos 2a$

3- $\text{tg}2a-\text{tg}a=\frac{\text{tg}a}{\cos 2a}$

4- $\cos^2 2a-\sin^2 a=\cos a.\cos 3a$

5- $\sin 3a.\sin^3 a+\cos 3a.\cos^3 a=\cos^3 2a$

6- $\sin 2a=\frac{2}{\text{tg}a+\cot ga}$, déduire $\text{tg}(\frac{\pi}{12})$

Exercice N°1 Simplifier les expressions suivantes:

$$A=\frac{1-2\cos x+\cos 2x}{1+2\cos x+\cos 2x}$$

$$C=\frac{\sin 3x}{\sin x}+\frac{\cos 3x}{\cos x}$$

$$B=\frac{\sin 5x}{\sin x}-\frac{\cos 5x}{\cos x}$$

$$D=\frac{\sin 2x}{\sin x}-\frac{\cos 2x}{\cos x}$$