

Exercice N°1

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + 3x + 1$ (m est un réel)

Déterminer m pour que f admette deux extrema.

Exercice N°2

Soit $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

Déterminer les réels a , b , c pour que f admette un extremum pour $x=1$ et pour que la droite d'équation $y=7x+11$ soit tangente à C_f au point d'abscisse 2

Exercice N°3

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 3x - 4$.

1- a) Etudier les variations de la fonction f .

b) Montrer que la courbe représentative C_f de f admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées.

c) Tracer la tangente T à C_f au point I puis étudier la position de C_f et T .

d) Tracer C .

2- En déduire la construction de la courbe représentative de la fonction $|f|$

Exercice N°4

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x + 2$

1- Etudier les variations de f .

2- a) Montrer que le point $I(0,2)$ est un centre de symétrie de C .

b) Ecrire une équation de la tangente T à C au point I et étudier la position relative de C_f et T .

c) Tracer T et C_f .

3- Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = |f(x) - 2|$

Montrer que la fonction g est paire puis tracer sa courbe C_g dans le même repère.

Exercice N°5

Doit la fonction f_m définie sur \mathbb{R} par : $f_m(x) = -x^3 + (m-1)x^2 + 3mx - 7$, avec m un réel .

On désigne par C_m la courbe représentative de f_m dans un repère orthonormé .

1- Montrer que toutes les courbes C_m passent par deux points fixes.

2- a) Déterminer m pour que la courbe C_m passe par le point $I(1;-5)$

b) Tracer la courbe correspondante .

Exercice N°6

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ et on désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1- a) Soit a un réel ; exprimer $f(x)-f(a)$ en fonction de $(x-a)$.

b) Calculer $f(-1)$ et en déduire que pour tout réel x , il existe deux réels a et b tels que :
 $f(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$

c) Déduire alors les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

2- a) Montrer que C admet un point d'inflexion A .

b) Déterminer l'équation de la tangente D à C au point A et étudier la position de C et D .

c) Tracer C et D .

3- On appelle g la fonction définie par $g(x)=|f(x)|$

a) Déterminer les domaines de continuité et de dérivabilité de g .

b) Tracer C_g

4- Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x)=f(|x|)$. Tracer C_h

Exercice N°7

Soit la fonction f_m définie sur \mathbb{R} par $f_m(x)=x^3 + (m-1)x^2 + 2$ et on désigne par C_m sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1- a) Etudier les variations de f_0 et montrer que C_0 est symétrique par rapport à un point A que l'on précisera .

b) Soit D la tangente à C_0 au point A . Etudier les positions relatives de C_0 et D

Tracer C_0 et D

c) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f_0(x) = a$ lorsque a varie .

2- a) Montrer que toutes les droites C_m passent par un point fixe que l'on déterminera.

b) Soient deux réels m et n distincts , montrer que C_m et C_n se coupent en un point unique que l'on précisera.

c) Etudier les variations de f_m .

d) Montrer que pour tout réel m , C_m admet un point d'inflexion I_m .

e) Quel est l'ensemble des points I_m quand m varie ? Le représenter dans le même repère .

Exercice N°8

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - x + 1$

1- a) Déterminer les variations de f .

b) Déterminer une équation de la tangente \mathbf{D} à C_f au point I d'abscisse nulle et déduire la position de C_f par rapport à \mathbf{D} .

2- Montrer que C_f admet I comme centre de symétrie.

3- On appelle g la fonction définie par $g(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer a, b et c pour que C_g ait pour sommet le point d'ordonnée le maximum relatif de f et passe par le point d'ordonnée le minimum relatif de f .

4- Représenter C_f et C_g relativement à un même repère.

5- On appelle D_m la droite d'équation $y = mx$.

a) Montrer que D_m coupe C_g en deux points A et B distincts.

b) Soit $M(x, y)$ le milieu du segment $[AB]$. Déterminer l'ensemble des points M quand m varie

Exercice N°9

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$.

1- Etudier la fonction f et tracer sa courbe représentative C_f dans un repère orthonormé.

2- En déduire la représentation graphique de la fonction f .

Exercice N°10

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 2$

1- Etudier la parité de f et dresser son tableau de variation sur \mathbb{R}_+

2- On désigne par \mathbf{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Montrer que \mathbf{C} coupe l'axe des abscisses en deux points distincts que l'on déterminera.

3- Tracer \mathbf{C} et déterminer graphiquement le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation : $f(x) = 0$

Exercice N°11

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^3 + x$

1- Etudier f et construire sa courbe \mathbf{C} dans un repère orthonormé.

2- Donner une équation de la tangente \mathbf{D} à \mathbf{C} au point I d'abscisse 0.

3- Etudier les positions relatives de \mathbf{C} et \mathbf{D} . Construire \mathbf{D}

4- Montrer que I est un point d'inflexion de \mathbf{C}

5- I est-il un centre de symétrie de \mathbf{C} ? Pourquoi?