Série (3)
Classes: 3ème Tech+Sci-exp
Lycée 9-4-1938 Sidi Bouzid

Année Scolaire 2005-2006

(I) Analyse

EXERCICE N°1

1- Calculer le réel x sachant que:(3x+3); (2x-4) et (x-3) sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique
2- Calculer x et y et z tels que x , y et z sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique vérifiant x+y+z=26 et xyz=216
3- Montrer que si a,b et c sont trois termes d'une suite géométrique alors(a+b+c)(a-b+c)=a+b+c

EXERCICE N°2

On considère la suite Un définie sur IN*par : $\begin{cases} u_1 = \dfrac{11}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{1+2u_n}{4} \end{cases}$

1- Calculer U_2 et U_3. Vérifier que la suite U ni arithmétique ni géométrique

2- On définie la suite v_n sur IN* par $V_n = -1+2u_n$ .Démontrer que la suite v_n est une suite géométrique de raison –1/2

3- Exprimer v_n , puis u_n , en fonction de n

4- Calculer $v_1 + v_2 + ... + v_n$, puis $u_1 + u_2 + ... + u_n$ en fonction de n

EXERCICE N°3

Soit la suite U définie sur IN* par: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{3} \\ u_{n+1} = \dfrac{n+1}{3n} u_n \text{ ; } n \in \text{IN}^* \end{cases}$

1) Calculer U_2 , ; U_3 , et vérifier que U ni arithmétique ni géométrique

2) Soit la suite V définie sur IN* par $v_n = \dfrac{u_n}{n}$, montrer que V est une suite géométrique

3) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

4) Calculer: $S = \sum_{k=2}^{n} \dfrac{u_k}{k}$ en function de n

EXERCICE N°4

Soit la suite U définir sur IN par : $U_0=2$ et $U_{n+1}=3U_n-(n^2+n)$ pour tout n dans IN

1- Calculer U_1 et U_2 . En déduire que U est ni arithmétique ni géométrique

2- Soit la suite V définie par : $V_n=U_n-\frac{1}{2}n^2-n-\frac{3}{4}$

   a- Montrer que la suite V est géométrique et préciser sa raison puis $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

   b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

3- a- Calculer la somme $S=\sum_{k=0}^{n} v_k$ en fonction de n

   b- Montrer par récurrence que pour out n entier naturel on a : $\sum_{k=0}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

   c- En déduire la somme $S'=\sum_{k=0}^{n} u_k$ en fonction de n

(II) : Géométrie:

EXERCICE N°1

1- Déterminer la mesure principale de l'angle de mesure: $-\frac{13\pi}{2}$

2- Ecrire en fonction de cosx et sin x l'expression:

$A=\sin(3\pi-x)+\cos(3\pi-x)+\sin(x-\frac{13\pi}{2})+\cos(x+\frac{13\pi}{2})$

EXERCICE N°2

Pour x réel exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ chacun des réels suivants:

$A=\cos(\frac{\pi}{2}-x)+\cos(2\pi-x)+\sin(x-\pi)+\cos(\pi-x)$

$B=\cos(\frac{5\pi}{2}-x)+\sin(-x+3\pi)+\sin(\pi+x)$

$C=\cos(\frac{3\pi}{2}-x)+\sin(\frac{17\pi}{3}-x)-\cos(\frac{\pi}{3}-x)$

EXERCICE N°3

Soit $a \in$ IR . Démontrer que :

1- $(\sin a+\cos a)^2+(\sin a-\cos a)^2=2$

2- $(1-\sin a)(1+\sin a)=\cos^2 a$

3- $\sin^2 a+2\cos^2 a=1+\cos^2 a$

4- $(1+tg^2 a)(1-\sin^2 a)=1$

5- $tg^2 a-\sin^2 a=tg^2 a.\sin^2 a$

6- $(\cos a-\sin a)^2=1-2\cos a.\sin a = 1-\sin 2a$

7- $\sin^3 a+\sin a.\cos^2 a=\sin a$

8- $\cos^3 a+\cos a.\sin^2 a=\cos a$

9- $\cos^4 a-\sin^4 a=2\cos^2 a-1$

10- $(\sin a+\cos a)^2=1+2\sin a.\cos a$

EXERCICE N°4

Montrer que :

1- $\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}=\frac{\cos 2x}{1-\sin 2x}$

2- $\sin^4 x+\cos^4 x=1-2\sin^2 x.\cos^2 x$

3- $\sin^6 x+\cos^6 x=1-3\sin^2 x.\cos^2 x$