Série 12(Etude de fonction)

3ème Sci Exp

Exercice n°1

Le plan P est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i};\vec{j})$ et ζf est la courbe de la fonction $f(x) = x^2 - 4x + 6$.

1- Etudier f et représenter sa courbe ζf.
2- Soit O'est le point de coordonnées (2 ; 2). Quelle est l'équation de ζf dans le repère $(O',\vec{i};\vec{j})$?.
3- Soit les points A(0 ; 2), B(4 ; 3) et M(x ;0) Déterminer le réel $g(x) = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$.
   a) Préciser M pour que g(x) soit minimale.
   b) Déduisez-en que, quel que soit le point M de l'axe des abscisses, l'angle $\widehat{AMB}$ est aigu.
4- Tracer dans le même repère la courbe de la fonction $h: x \mapsto x^2 - 4|x| + 6$

Exercice N°2:

Soit f la fonction définie sur IR par: $f(x)=-x^2+2x+3$. On désigne par ζf sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat.
2- Montrer que la droite D:x=1 est un axe de symétrie pour ζf.
3- a) Montrer que f est dérivable sur IR et calculer f '(x)
   b) dresser le tableau de variation de f.
   c) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à ζf au point d'abscisse 0.
4- Tracer T et ζf.
5- Soit g la fonction définie sur IR par: $g(x)=-x^2+2|x|+3$.
   a) Montrer que g est une fonction paire.
   b) Etudier la dérivabilité de g en 0 puis interpréter le résultat graphiquement
   c) Construire dans le même repère la courbe de g avec les deux demies tangentes en 0.
6- Donner selon le réel m le nombre des solution de l'équation (E): $-x^2+2|x|+3-m=0$

Exercice n°3

Soit f la fonction définie sur IR par: $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x$.

1- Etudier f et tracer sa courbe représentative (C_0) dans le plan P rapporté à un repère ON$(O,\vec{i},\vec{j})$
2- Soit le point F(2 ;0) et D la droite d'équation : y = - 2
   Démontrer que M(x ;y) est un point de (C_0) si et seulement si : d(M ;D) = MF.
3- a) Donner l'équation de la tangente (T) à (C_0) au point M_0 d'abscisse x_0.
   b) Démontrer qu'il existe deux tangentes (T') et (T'') à (C_0) issues du point A(2,-2). Préciser les coordonnées des points de contact M_0' et M_0''.
   c) Montrer que $(T') \perp (T'')$ et vérifier que $(M_0'M_0'')$ passe par F.
4- Soit (D_m) la droite passant par F et de coefficient directeur m.
   a) Donner l'équation cartésienne de (D_m).
   b) Montrer que les abscisses des points d'intersection de (D_m) et (C_0) sont les solutions de l'équation : $x^2 - 4(m+1)x + 8m = 0$.
   c) Montrer que pour tout m réel la droite (D_m) coupe (C_0) en deux points distincts M_1 et M_2.
   d) Montrer que les tangentes (T_1) et (T_2) à (C_0) respectivement aux points M_1 et M_2 sont perpendiculaires.

Exercice N°4

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^3 - 3x + 2$

1- Etudier les variations de f .

2006-2007

2- a) Montrer que le point I(0,2) est un centre de symétrie de C .

b) Ecrire une équation de la tangente T à C au point I et étudier la position relative de Cf et T.

c) Tracer T et Cf.

3- Soit la fonction g définie sur IR par g(x) = | f (x) -2 |

Montrer que la fonction g est paire puis tracer sa courbe Cg dans le même repère.

Exercice N°5

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ et on désigne par **C** sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1- a) Soit a un réel ; exprimer f(x)-f(a) en fonction de (x-a).

b) Calculer f(-1) et en déduire que pour tout réel x , il existe deux réels a et b tels que : $f(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$

c) Déduire alors les solutions de l'équation f(x) = 0.

2- a) Montrer que **C** admet un point d'inflexion A .

b) Déterminer l'équation de la tangente **D** à **C** au point A et étudier la position de Cf et **D**.

c) Trcer **C** et **D**.

3- On appelle g la fonction définie par g(x)=|f(x)|

a) Déterminer les domaines de continuité et de dérivabilité de g .

b) Tracer Cg

4- Soit h la fonction définie sur IR par h(x)=f(|x|). Tracer Ch

Exercice N°6

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^3 - x + 1$

1- a) Déterminer les variations de f .

b) Déterminer une équation de la tangente **D** à Cf au point I d'abscisse nulle et déduire la position de Cf par rapport à **D** .

2- Montrer que Cf admet I comme centre de symétrie .

3- On appelle g la fonction définie par $g(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer a,b et c pour que Cg ait pour sommet le point d'ordonnée le maximum relatif de f et passe par le point d'ordonnée le minimum relatif de f .

4- Représenter Cf et Cg relativement à un même repère .

5- On appelle D_m la droite d'équation y = mx .

a) Montrer que D_m coupe Cg en deux points A et B distincts .

b) Soit M(x,y) le milieu du segment [AB] . Déterminer l'ensemble des points M quand m varie

Exercice N°7

Soit f la fonction définie de IR dans IR par: f(x)=$\dfrac{2x-1}{1-x}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- dresser le tableau de variation de f
2- Soit D_p la droite dont une équation cartésienne: y=x+p où p est un paramètre réel

a) Déterminer suivant les valeurs de p le nombre des points d'intersection de D_p et ζ_f
b) Lorsque Dp coupe ζ_f en deux points M' et M'' déterminer l'ensemble des points Γ milieu du segment [M'M''] quant p varie dans IR
c) Pour deux valeurs p' et p'' de p (p'<p''), D_p coupe ζ_f en un seul point. On note A et B les deux points correspondants. Montrer que $D_{p'}$ et $D_{p''}$ sont tangentes à ζ_f respectivement en A et B et que (AB)$\perp D_p$ pour tout p réel
d) Construire Γ, $D_{p'}$, $D_{p''}$ et ζ_f

3- Soit $\Omega(1,-2)$

a) Montrer que Ω est un centre de symétrie pour ζ_f

EXERCICE N°8

Soit f la fonction définie par: f(x)=$\dfrac{2x^2-4x+2}{2x+3}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- Etudier les variations de f
2- Préciser les asymptotes de ζ_f
3- Montrer que le point I intersection des deux asymptotes est un centre de symétrie pour ζ_f
4- Tracer ζ_f
5- Utiliser le graphique pour discuter les solutions de l'équation (Ep):$2x^2-(2+p)x-3p+2=0$

EXERCICE N°9

Soit f la fonction définie par: f(x)=$\dfrac{x^2+2x+3}{x+1}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé R=$(o,\vec{i},\vec{j})$

1. Etudier les variations de f
2. Préciser les asymptotes de ζ_f
3. Montrer que le point I intersection des deux asymptotes est un centre de symétrie pour ζ_f
4. Tracer ζ_f
5. Soit $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$ .Donner une équation de la courbe de f dans le repère R'(I,$\vec{u}$,$\vec{j}$)
6. a) Ecrire une équation de la tangente (T) à ζ_f au point K d'abscisse 1 dans R
   b) existe t-il des tangentes à ζ_f qui sont perpendiculaires à (T)
7. Soit D_m:y=mx+2. Discuter suivant les valeurs de m le nombre des points D'intersection de ζ_f et D_m