

EXERCICE N°1 :

Calculer les limites suivantes :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 4}{x^2 - 1} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{x - 4}.$$

EXERCICE N°2 :

$$\text{Soit } f(x) = \frac{-2x^2 + x + 10}{x + 2}$$

- 1) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$.
- 2) f admet-elle une limite en -2 ?
- 3) Déterminer un prolongement par continuité de f en -2 à droite.
- 4) Déterminer un prolongement par continuité de f en -2 à gauche.

EXERCICE N°3 :

1) Calculer les limites des fonctions suivantes :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ avec } f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 4x + 3}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 12} g(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \text{ avec } g(x) = \frac{\sqrt{1+2x} - (1+x)}{x^2}$$

$$\text{2) Soit } h \text{ la fonction définie par : } h(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si } x \neq 0 \\ -\frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Etudier la continuité de la fonction h sur son domaine de définition.

$$\text{3) Soit } k(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \neq 3 \\ a & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

- a) Déterminer le réel a pour que la fonction k soit continue en 3.
- b) Pour le réel a trouvé étudier la continuité de k sur \mathbb{R} .

EXERCICE N°4 :

$$\text{Soit } h \text{ la fonction définie sur } [-1 ; +\infty[\setminus \{1\} \text{ par } h(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ x + \frac{1}{2(x-1)^2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) Calculer la limite de h à droite et à gauche en 0.
- 2) h admet-elle un prolongement par continuité en 0 ?

EXERCICE N°5 :

$$\text{Soit la fonction } f \text{ définie par : } f(x) = \begin{cases} \frac{4x-4}{x^2+2x-3} & \text{si } x < 1 \\ \sqrt{x^2+3} + ax & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Déterminer le réel a pour que f soit continue en $x_0=1$
- 3) On prend $a=-1$

$$\text{a) calculer } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow 2} f(x).$$

$$\text{b) Calculer la limite suivante : } \lim_{x \rightarrow -3} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$



EXERCICE N° 6 :

Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f ; Calculer les limites de f aux bornes de D_f et écrire les équations des asymptotes à (C_f) dans chacun des cas suivants :

$$1) f : x \rightarrow \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 + x - 2} \quad 2) f : x \rightarrow \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} \quad 3) f : x \rightarrow \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$$

EXERCICE N°7 :

* Déterminer le domaine de définition D_f ; Calculer les limites de f aux bornes de D_f .

* Calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement les résultats

dans chacun des deux cas suivants : a) $f : x \rightarrow -2x^3 + 3x^2 - x + 5$ b) $f : x \rightarrow \sqrt{1-2x}$

EXERCICES N°8 :

Montrer que les droites (D) est une asymptote oblique pour la courbe de chacune des fonctions suivantes :

- $f : x \rightarrow \frac{2x^2 - x + 3}{x-1}$ D : $y = 2x+1$ (au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$).
- $g : x \rightarrow \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ D : $y = x+1$ (au voisinage de $+\infty$).
- $h : x \rightarrow \sqrt{4x^2 + x + 1}$ D : $y = -2x - \frac{1}{4}$ (au voisinage de $-\infty$).

EXERCICE N°9

1) Calculer les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + x + 15 \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-4x+2x^2}{1+x} \quad c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} .$$

2) pour $x \in [-1; +\infty[\setminus \{0\}$, on pose $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$.

a) Vérifier que $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}+1}$ pour $x \in [-1; +\infty[\setminus \{0\}$.

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

EXERCICE N°10 :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{x(1-x^2)}{1-x} & \text{si } x \neq 1. \\ 2 & \text{si } x=1 \end{cases}$.

1) Etudier la continuité de f en 1.

2) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .

Jebali.Abderrazak