Exercice 1

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2}$

1) Calculez les images par f des réels -2 ; 0 ; 1 ; $\sqrt{2}$ ; $\dfrac{a}{2}$ ; $\sqrt{a}$ ( avec a>0)

2) Déterminer les antécédents (s'ils existent) des réels suivants -1 ; 25 ; $\dfrac{1}{5}$

Exercice 2

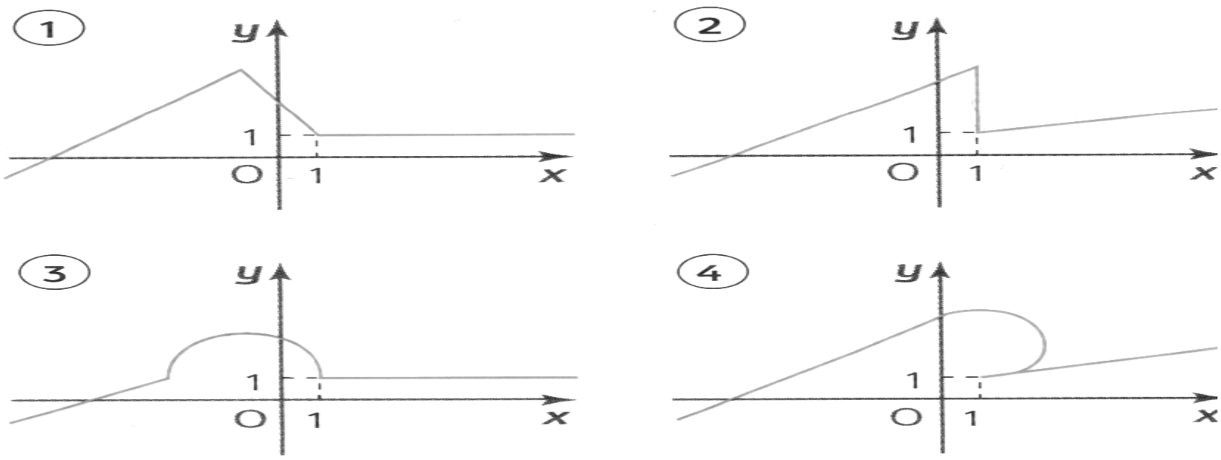
Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$f(x)=5x-4$ ; $f(x)=5x-\sqrt{x}$ ; $f(x)=\dfrac{1}{x}+4$ ; $f(x)=\dfrac{1}{4+x}$ ; $f(x)=3+\sqrt{8+x}$ ; $f(x)=\dfrac{5}{x^2+2}$ ;

$f(x)=\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{7}{3-x}$ ; $f(x)=\sqrt{5-x}-\sqrt{8+x}$ ; $f(x)=x^2-\dfrac{1}{x-2}$ ; $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x}}$ : $f(x)=\sqrt{x^2+3x}$

Exercice 3

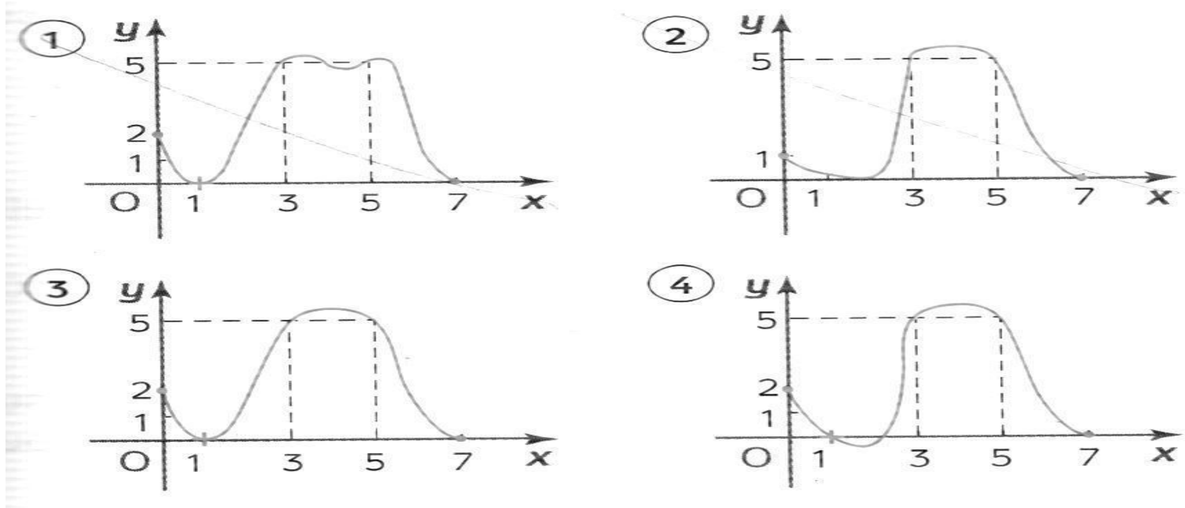
Parmi les courbes suivantes quelles sont celles qui ne sont pas des représentations de fonctions ? Expliquez pour quoi




Exercice 4

Parmi les courbes suivantes, retrouvez la courbe représentatives de la fonction f sachant que :

- 1 a pour image 0 par f.
- 0 a pour image 2 par f.
- 5 est l'image de 3 et de 5 par f.
- Si $x\in[3;5]$ , alors $f(x)\geq 5$
- L'équation f(x) =0 a deux solutions



Exercice 5

Soit $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2+3}$ définie sur IR

1) Déterminer les réels a et b tels que pour tout réel x , $f(x) = a + \dfrac{b}{x^2+3}$

2) Démontrer que 2 est un majorant de f.

Exercice 6

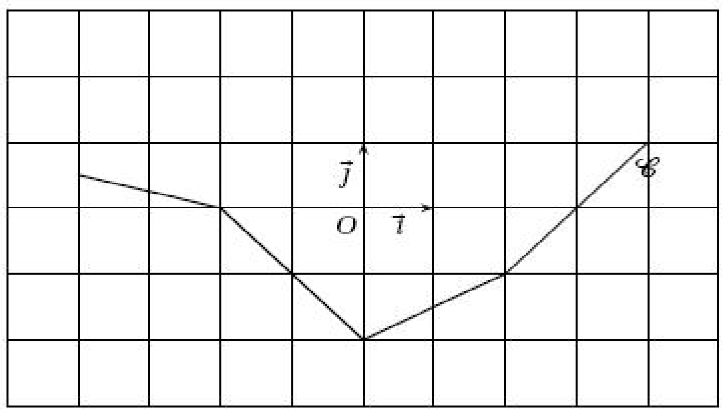
Soit f une fonction définie sur IR , supposée monotone sur $[0,+\infty[$ et sur $]-\infty,0]$.

1) Démontrer que si f est impaire elle a le même sens de variation sur $[0,+\infty[$ et sur $]-\infty,0]$

2) Démontrer que si f est paire elle a le même sens de variation sur $[0,+\infty[$ et sur $]-\infty,0]$

Exercice 7

La courbe ci-dessous représente une fonction f sur l'intervalle [-4 ; 4]




Pour chacune des fonctions suivantes, expliqué comment on obtient sa courbe représentative à partir de celle de f, puis la tracer avec l couleur indiquée.

1) G(x) = f(x) +1 en pointillés noirs.
2) H(x) = - f(x-1) en trait plein bleu
3) K(x) = f(x+1) -1 en trait plein vert
4) L(x) = | f(x) | en trait plein rouge
5) M(x) = f ( |x| ) en pointillés rouge

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $\left]\dfrac{1}{2},+\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{-4x^2+8x-2}{1-2x}$

1) Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{1-2x}$.

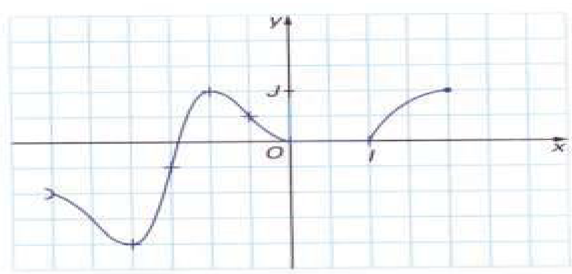
2) Etudier les variations des fonctions g et h définies sur $\left]\dfrac{1}{2},+\infty\right[$ par $g(x) = \dfrac{1}{1-2x}$ et $h(x) = 2x-3$

3) Déduire de deux questions précédentes les variations de la fonction f.

Exercice 9

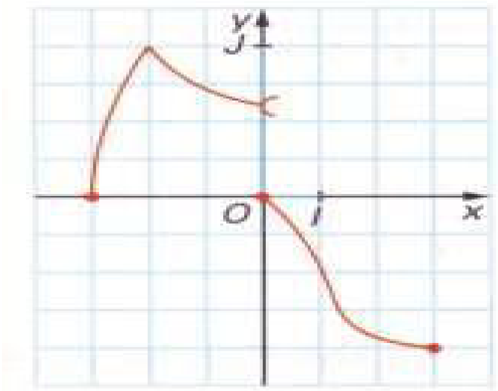
On considère la représentation graphique d'une fonction f

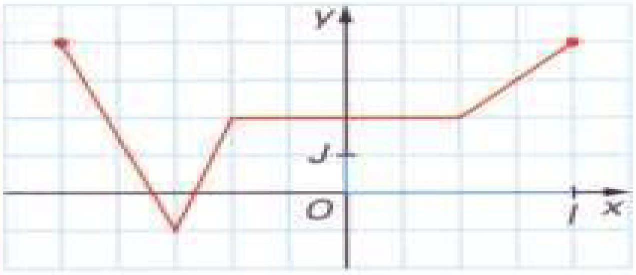
1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f
2) Déterminer f(2) , f(0) et f (-1 ).
3) Déterminer les antécédents éventuels de 1
4) Combien ( -1) a-t-il d'antécédents ?
5) Donner le sens de variation de f ( faire des phrases)
6) Dresser le tableau des variations de la fonction f



Exercice 10

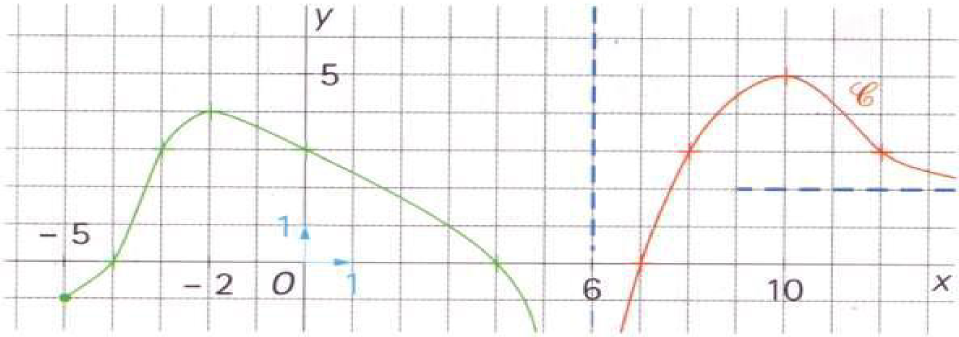
On donne les représentations graphique de deux fonctions f et g dans chacun des cas, donner leur ensemble de définition D, préciser les extremums et en quels points ils sont atteints




Exercice 11

En utilisant les conventions graphiques énoncer les variations de la fonction f représentée ci-dessous (la courbe est en deux partie) préciser son ensemble de définition et es extremums s'ils existent. Dresser le tableau de variations.




Exercices 12

On donne le tableau des variations d'une fonction f

| $x$ | $-5$ | | $-2$ | | $0$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $3$ |

1) A l'aide du tableau des variations, indiquer si les égalités ou inégalités proposées son vraies, fausses, ou si le tableau ne permet pas de conclure, <u>en justifiant</u>

a- f( -1) = 0 b- f(-4) > f( -2) c- f( 1) > f ( 2)

d- f( 1) = -2 e- f (-3 ) > 1 f- f( -5 ) < f ( 2)

2) Donner l'allure d'une courbe représentative d'une fonction f dont le tableau des variations ci-dessus peut convenir

Exercice 13

Apres avoir préciser son ensemble de définition étudié la parité de la fonction f dans les cas suivants.

| | | |
|---|---|---|
| 1) $f(x)=x\left(x^2-4\right)$ | 2) $f(x)=x^2+x-1$ | 3) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-2}$ |
| 4) $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}$ | 5) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$ | 6) $f(x)=\dfrac{x}{\lvert x\rvert-1}$ |

Exercice 14

Soit f une fonction définie sur IR on note p et t les fonctions définies sur IR par : $p(x)=\dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$ et $t(x)=\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$

1) Montrer que p est une fonction paire et que t est une fonction impaire.
2) Montrer que pour tout réel x, f(x) = p (x) + t (x).

Exercice 15

1) Montrer que la fonction $f(x) = \dfrac{3x^2+5}{2x^2+1}$ est minore e par $\dfrac{3}{2}$ sur IR.
2) Montrer que la fonction $f(x) = \dfrac{5x}{4x+8}$ est majorée par $\dfrac{5}{4}$ sur $]-2,+\infty[$ .

3) Déterminer un majorant et un minorant de la fonction f sur l'intervalle I dans les cas suivants.

a- $f(x)=x^2-2x+3$ ; I =[0, 3]

b- $f(x)=x^2+6x+5$ ; I = [ -5, 0]

c- $f(x)=\dfrac{-3}{x-1}$ ; I = $[2,+\infty[$

d- $f(x)=\dfrac{2}{x^2+1}$ I = IR

Exercice 16

Tracer dans un repère orthonormée d'unité 1 cm la courbe représentative de la fonction f telle que :

- f (x) = x pour tout x de [ 0 , 1[
- f est paire
- f est périodique de période 2

Exercice 17

On appelle f la fonction définie sur [ -5 , 5] par $f(x) = \dfrac{x}{2}E(x) - 2$

1) On considère un entier rationnel n. Déterminer l'expression de f (x) en fonction de x et de n sur l'intervalle [ n , n+1[
2) Tracer la courbe représentative de f sur [ -5 , 5]
3) Combien de solution(s) admet l'équation f( x) = 5,5 ?

Exercice 18

On considère la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{2x+4}{E(x)+4}$

Représenter graphiquement la fonction g dans un repère orthonormé $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ sur [-3,3[