I. Théorème des valeurs intermédiaires :

1) L'image d'un intervalle par une fonction continue et monotone est un intervalle de même nature.
2) Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I et a , b deux réels de I, pour tout réel k compris entre f(a) et f(b) , l'équation f (x) = k admet une unique solution dans [a,b]. Particulièrement si f(a).f(b)<0 alors l'équation f (x) = 0 admet une unique solution dans [a,b] .

II. Fonctions composée :

1) Pour que **gof** soit définie il faut que $x \in D_f$ et $f(x) \in D_g$.
2) Si $\lim\limits_{a} f = b$ et $\lim\limits_{b} g = c$ alors $\lim\limits_{a} gof = c$.
3) Si f est continue en a et g continue en f(a) alors gof est continue en a.
4) Si $\begin{cases} \text{f est continue sur I} \\ \text{g est continue sur J} \\ f(I) \subset J \end{cases}$ **alors** gof est continue sur I.
5) Si $\begin{cases} \text{f une fonction dérivable sur I} \\ \text{g est dérivable sur J} \\ f(I) \subset J \end{cases}$ **alors** gof est dérivable sur I.

III. Axe de symétrie :

1) $\Delta : x = a$ est un axe de symétrie de ξ ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f \ ; \ (2a - x) \in D_f \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$.
2) f est paire ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f \ ; \ (-x) \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$, on étudie f sur $D_f \cap IR_+$ et (yy') un axe de symétrie.

IV. Centre de symétrie :

1) $I(a,b)$ est un centre de symétrie de ξ ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f \ ; \ (2a - x) \in D_f \\ f(2a - x) + f(x) = 2b \end{cases}$.
2) f est impaire ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f \ ; \ (-x) \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$, on étudie f sur $D_f \cap IR_+$ et O(0,0) un centre de symétrie.

V. Fonction périodique :

1) f est périodique de période T ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f \ ; \ (x + T) \in D_f \\ f(x + T) = f(x) \end{cases}$.
2) Si f est périodique de période T il suffit d'étudier f sur $[a,a+T] \cap D_f$.
3) On étudie ξ par des translations de vecteurs $kT\vec{i}$ (ou k entier relatif) de la courbe de la restriction de f à $[a,a+T] \cap D_f$.

VI. Point d'inflexion :

1) Soit f une fonction deux fois dérivable sur I, Si f ' s'annule en a en changeant de signe alors le point A(a,f(a)) est un **point d'inflexion** de la courbe de f.
2) Graphiquement la courbe de f traverse la tangente au point A.

VII. Asymptotes verticales et horizontales :

Si	$\lim\limits_{x\to a} \mathrm{f}(x)=\infty$ alors la droite Δ:x=a est une asymptote verticale à ζ.
Si	$\lim\limits_{x\to\infty} \mathrm{f}(x)=b$ alors la droite Δ:y = b est une asymptote horizontale à ζ.

VIII. Asymptote oblique :

$\Delta : y=ax+b$ asymptote oblique à ζ ssi $\lim\limits_{x\to\infty} \mathrm{f}(x)=\infty$ et $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\mathrm{f}(x)-(ax+b)\right]=0$

IX. Branches infinies :

<table>
<tr><td colspan="4" align="center">$\lim\limits_{x\to\infty} \mathrm{f}(x)=\infty$
$\Downarrow$
$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\mathrm{f}(x)}{x}=$</td></tr>
<tr><td align="center">∞
$\Downarrow$</td><td align="center">0
$\Downarrow$</td><td colspan="2" align="center">a
$\Downarrow$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">ζ admet une branche parabolique de direction (yy')</td><td rowspan="3">ζ admet une branche parabolique de direction (xx')</td><td colspan="2" align="center">$\lim\limits_{x\to\infty} \mathrm{f}(x)-ax=$</td></tr>
<tr><td align="center">∞</td><td align="center">b</td></tr>
<tr><td>ζ admet une branche parabolique de direction y= ax</td><td>y= ax +b est une asymptote à ζ au voisinage de ∞</td></tr>
</table>

X. Divers :

1) Pour étudier la position relative de la courbe C de f et la droite $\Delta : y=ax+b$, il faut étudier le signe de f (x) – (ax+b).
   a) Si $\mathrm{f}(x)-(ax+b)\le 0$ alor C_f est au dessous de Δ.
   b) $\mathrm{f}(x)-(ax+b)\ge 0$ alor C_f est au dessus de Δ.
2) a) Pour déterminer les points d'intersection de C_f et (xx') on résout l'équation f(x) = 0.
   b) Pour déterminer les points d'intersection de C_f et (yy') on résout l'équation f(0) = y.