|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| [**Mathématiques aux élèves**](http://www.matheleve.com/)  Site web : <http://www.matheleve.net/>  Email :[contact @matheleve.com](mailto:contact%20@matheleve.com) | **LIMITES DE FONCTIONS** | |
| Cour(02) | 4 ème  Inf |

**I) Composée de deux fonctions**

Soit la représentation graphique d’une fonction *f* dans un repère orthogonal

***Définition***

Soit *f* une fonction dont l’ensemble de définition est et *g* une fonction dont l’ensemble de définition est . On appelle fonction composée de *f* et *g*, la fonction

notée *g o f*  et définie pour tout  , par : ( *gof* ) (*x*) = *g* ( *f* ( *x*))

***Théorème***

Si *f* et *g* ont **même sens** de variation*,* alors  est **croissante** sur sur *I*.

*Si f* et *g* ont des sens de variations **contraires**, alors  est **décroissante** sur *I.*

**Fonctions associées**

|  |  |
| --- | --- |
| ∈ ℝ | =() |
| ∈ ℝ | =() |
|  |  |
|  |  |

**Limite finie en a (a réel)**

***Remarques***

Si une fonction admet une limite en *a*, cette limite est unique



***Théorème***

*\* f* est définie en **,** alors 

\* Si, pour *x* , *f* (*x*) = *g*(*x*), où *g* est une fonction définie en et telle que  alors *f* admet une limite en , et 

**Limite en +∞ou −∞**

***Théorème***

A l'infini, une fonction polynôme a même limite que son terme du plus haut degré.

A l'infini, une fonction rationnelle a même limite que le quotient simplifié de ses termes.

du plus haut degré.

**Opérations sur les limites**

( réel ou ou ) .



***Remarque***

si, on ne peut conclure que lorsque *g* garde un signe constant au voisinage de a

Les situations marquées ?  sont appelées **formes indéterminées**

**Limite d’une fonction composée**

 sont chacun un réel ou l’un des symboles ou .

Si  et , alors 

**Asymptote verticale**

***Asymptote verticale***

Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert de borne a et C sa courbe représentative.

Si ou , alors la droite d’équation est une asymptote

verticale pour la courbe *C*

Asymptote horizentale

Soit *f* une fonction définie sur un intervalle de borne ou  et *C* sa courbe

représentative.

***Définition :***

Si la limite de *f(x)* est un nombre L, quand *x* tend vers , (ou ), alors la droite d’équation  est une asymptote horizontale pour *C* en  ( ou )

**Asymptote oblique**

Soit *f* une fonction définie sur un intervalle de borne ou  , *C* sa courbe

représentative et *D* une droite d’équation  dans un repère

droite d’équation est une asymptote oblique pour *C* en (ou).

*Méthode*

1) Pour avoir une asymptote verticale, la valeur interdite ne suffit pas : il faut aussi que, en cette valeur, la limite à droite ou à gauche soit infinie.

2) a) Pour montrer qu’une droite donnée *D* d’équation (avec ) est asymptote

oblique , on calcule la différence  ; on étudie la limite à l’infini de

et on doit trouver 0.

b) Pour étudier la position relative de *C* et de *D* , on étudie le signe de .