|  |  |
| --- | --- |
| [**Mathématiques aux élèves**](http://www.matheleve.com/)Site web : <http://www.matheleve.com/>Email :contact @matheleve.com | **LIMITES DE FONCTIONS** |
| Cour |  4 ème  Inf |

**I) Composée de deux fonctions**

Soit la représentation graphique d’une fonction *f* dans un repère orthogonal

***1) Définition***

Soit *f* une fonction dont l’ensemble de définition est et *g* une fonction dont l’ensemble de définition est . On appelle fonction composée de *f* et *g*, la fonction

notée *g o f*  et définie pour tout  , par : ( *gof* ) ($x$) = *g* ( *f* ($x$))

***2) Théorème***

 Si *f* et *g* ont **même sens** de variation*,* alors  est **croissante** sur *I*.

*Si f* et *g* ont des sens de variations **contraires**, alors  est **décroissante** sur *I.*

**II) Fonctions associées**

|  |  |
| --- | --- |
|  $k$∈ ℝ  | =() |
| ∈ ℝ | =() |
|  | $$C\_{k}= S\_{\left(x x^{'}\right)}(C\_{f})$$ |
|  | $$C\_{l}= S\_{\left(y y'\right)}(C\_{f})$$ |

**III) Limite s**

***1) Limite finie en*** $a$ ***(***$a$ ***réel)***

***Remarque***

Si une fonction admet une limite en *a*, cette limite est unique



***Théorème***

 *\* f* est définie en **,** alors 

\* Si, pour$x$ , $f$*(*$x)$ = $g(x)$ où *g* est une fonction définie en et telle que  alors *f* admet une limite en , et 

***2) Limite en +∞ ou −∞***

***Théorème***

A l'infini, une fonction polynôme a même limite que son terme du plus haut degré.

A l'infini, une fonction rationnelle a même limite que le quotient simplifié de ses termes.

du plus haut degré.

***3) Opérations sur les limites***

***Somme***

( réel ou ou ) .



Les situations marquées **?** sont appelées **formes indéterminées**

***Produit***



***Fonction composée***

 sont chacun un réel ou l’un des symboles ou .

Si  et , alors 

**IV) Asymptotes**

***1) Asymptote verticale***

Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert de borne $a$ et C sa courbe représentative.

Si ou, alors la droite d’équation $x=a $est une asymptote

verticale pour la courbe *C*

\*Pour avoir une asymptote verticale, la valeur interdite ne suffit pas : il faut aussi que, en cette valeur, la limite à droite ou à gauche soit infinie.

***2) Asymptote horizontale***

Soit *f* une fonction définie sur un intervalle de borne ou  et *C* sa courbe représentative.

Si la limite de *f(x)* est un nombre L, quand *x* tend vers , (ou ), alors la droite d’équation  est une asymptote horizontale pour *C* en  ( ou )

***3) Asymptote oblique***

\*Soit *f* une fonction définie sur un intervalle de borne  ou  , *C* sa courbe représentative et *D* une droite d’équation  dans un repère

-Si la limite de la différence est nulle quand *x* tend vers (ou) alors la droite d’équation est une asymptote oblique pour *C* en (ou).

-Pour étudier la position relative de *C* et de *D* , on étudie le signe de .