

**EXERCICE N°1 : ( 5 POINTS )**

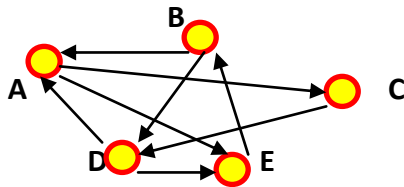
1/ a)

	A	B	C	D	E
$d^+$	2	2	1	2	1
$d^-$	2	1	1	2	2

b) Le graphe n'admet pas un cycle EULERIEN car :  $d^+(B) \neq d^-(B)$ .

c) Le graphe ( G ) admet une chaine EULERIENNE car  $d^+(S_i) = d^-(S_i)$  sauf pour deux sommets B et E on a :  $d^+(B) = d^-(B) + 1$  et  $d^+(E) = d^-(E) - 1$ .

d) Le graphe ( G ) :

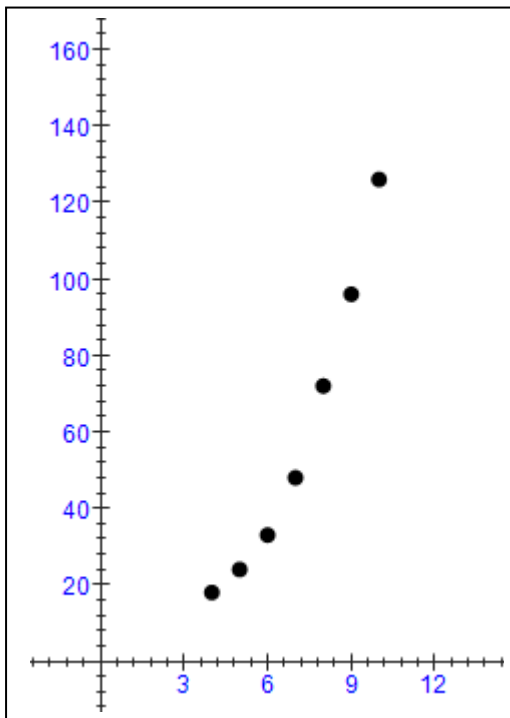


2) On a :  $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Le nombre situé dans la ligne 2 et dans la colonne 5 est égale à 2 alors il y a 2 chaines de longueur 2 reliant B à E :  $B \rightarrow A \rightarrow E$  et  $B \rightarrow D \rightarrow E$ .

**EXERCICE N°2 : ( 4 POINTS )**

1/



2/ En utilisant une calculatrice :

$\bar{x} = 7$  et  $\bar{y} \approx 59,57$  ( RCL 4 puis RCL 7 )

$\sigma_x \approx 2$  et  $\sigma_y \approx 37,28$  ( RCL 6 et RCL 9 )

$x_i$	4	5	6	7	8	9	10
$Z_i = \ln(y_i)$	2,89	3,18	3,5	3,87	4,28	4,56	4,84

$r_{xz} \approx 0,998$  ( RCL : )

$z = 0.34.x + 1,53$  a = RCL b et b = RCL a

Alors  $\ln y = 0.335.x + 1,53$

Alors  $y = e^{0,34x + 1,53}$ .

Si  $x = 11$  alors  $y = 4,6 e^{0,34x}$ .

**EXERCICE N°3 : ( 4 POINTS )**

1/a/ On procède par récurrence : on a  $U_0 = 1$  alors  $1 \leq U_0 \leq 3$ .

Supposons que :  $1 \leq U_n \leq 3$ . Montrons que :  $1 \leq U_{n+1} \leq 3$

$$U_{n+1} - 1 = \frac{4U_n}{1+U_n} - 1 = \frac{4U_n - U_n - 1}{1+U_n} = \frac{3U_n - 1}{1+U_n} \geq 0 \text{ car } 1 \leq U_n \leq 3.$$

$$U_{n+1} - 3 = \frac{4U_n}{1+U_n} - 3 = \frac{4U_n - 3U_n - 3}{1+U_n} = \frac{U_n - 3}{1+U_n} \leq 0 \text{ car } 1 \leq U_n \leq 3.$$

Alors  $1 \leq U_{n+1} \leq 3$ .

Conclusion :  $1 \leq U_n \leq 3$  pour tout entier naturel  $n$ .

$$b/ U_{n+1} - U_n = \frac{4U_n}{1+U_n} - U_n = \frac{4U_n - U_n^2 - U_n}{1+U_n} = \frac{U_n(3-U_n)}{1+U_n}.$$

c/ on a :  $1 \leq U_n \leq 3$  alors  $3 - U_n \leq 0$  alors  $U_{n+1} - U_n \leq 0$  alors

$U_{n+1} \leq U_n$  alors la suite  $(U_n)$  est décroissante.

d/  $(U_n)$  est décroissante et  $(U_n)$  est minorée par 1 alors  $(U_n)$  est convergente.

2/ a/

$$V_n = \frac{3-U_n}{U_n} \text{ alors } V_{n+1} = \frac{3-U_{n+1}}{U_{n+1}} = \frac{3 - \frac{4U_n}{1+U_n}}{\frac{4U_n}{1+U_n}} = \frac{3(1+U_n) - 4U_n}{4U_n} = \frac{3+3U_n-4U_n}{4U_n} = \frac{3-U_n}{4U_n} = \frac{3-U_n}{4U_n} = \frac{1}{4} \cdot V_n$$

Alors la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{4}$ .

$$b/ V_n = \frac{3-U_n}{U_n} \text{ alors } V_n \cdot U_n = 3 - U_n \text{ alors } V_n \cdot U_n + U_n = 3$$

$$\text{alors } U_n \cdot (V_n + 1) = 3 \text{ alors } U_n = \frac{3}{1+V_n}.$$

$$c/ \text{ on a : } q \in ]-1; 1[ \text{ alors } \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0 \text{ alors } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 3.$$

#### EXERCICE N°4 : ( 7 POINTS )

1/  $f(x) = x - 1 - \ln(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( 1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} -1 - \ln x = -\infty ;$$

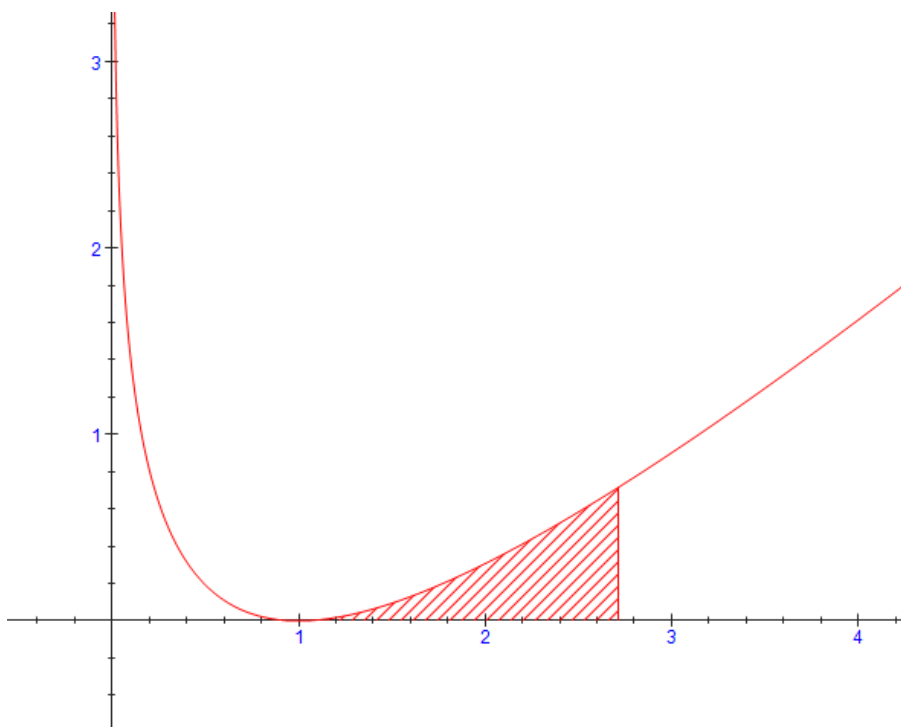
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} = 1 ;$$

$$2/ f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}.$$

3/

<b>x</b>	0	1	$+\infty$
<b>f'(x)</b>		- 0 +	
<b>f</b>	$+\infty$	0	$+\infty$

4/



$$5/ \mathcal{A} = \int_1^e |f(x)| dx = \int_1^e (x - 1 - \ln x) dx = \left[ \frac{x^2}{2} - x - (x \ln x - x) \right]_1^e$$

$$= \left[ \frac{x^2}{2} - x \ln x \right]_1^e = \frac{e^2}{2} - e \ln e - \left( \frac{1^2}{2} - 1 \ln 1 \right) = \frac{e^2}{2} - e - \frac{1}{2}.$$