

Devoir de Contrôle n°1

Exercice n°1 : (10 pts)

Soient A, B, C et D quatre points du plan d'affixes respectives :

$$z_A = \frac{-6}{1+i} ; z_B = \frac{-7+i}{2-i} ; z_C = \frac{17+7i}{3+2i} ; z_D = \frac{(2+3i)(1+i)^2}{2i}$$

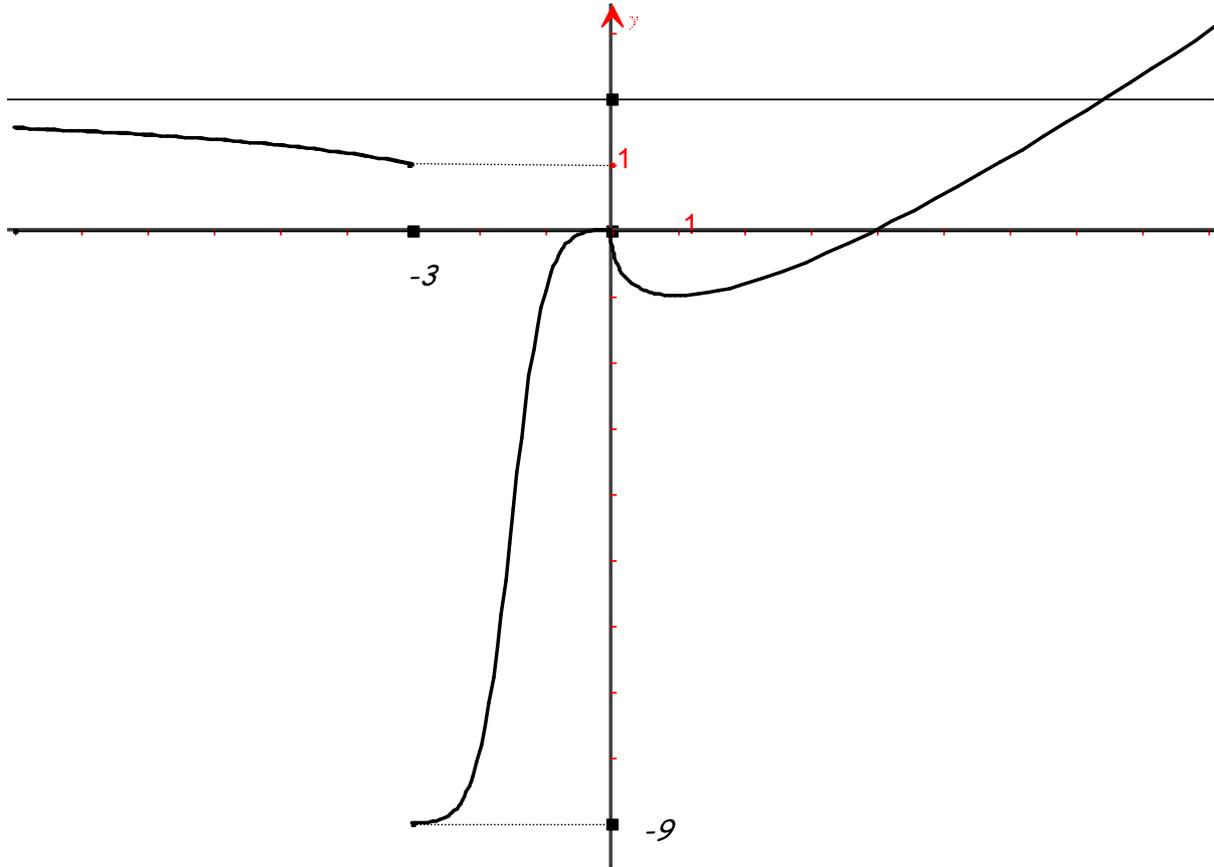
- 1) Montrer que $z_A = -3 + 3i$; $z_B = -3 - i$; $z_C = 5 - i$ et $z_D = 2 + 3i$
- 2) Placer les points A, B, C et D dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 3) Calculer les distances AB, AD et BD .
- 4) En déduire que le triangle ABD est rectangle en A .
- 5) Déterminer l'affixe du point I milieu du segment $[BD]$.
- 6) Trouver l'affixe du point E pour que le quadrilatère $ADEB$ soit un rectangle.
- 7) Soient J le point d'affixe $(1 + i)$ et F le symétrique de D par rapport à J .
 - a) Vérifier que J est le milieu du segment $[AC]$.
 - b) Comparer les distances AD et DC .
 - c) Quelle est la nature du quadrilatère $ADCF$?

Exercice n°2 : (6 pts)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4} & \text{si } x \geq 2 \\ (x-2)^2 & \text{si } x < 2 \end{cases}$

- 1°- Déterminer le domaine de définition de f , puis calculer les limites aux bornes de son domaine.
- 2°- Montrer que f est continue en 2.
- 3°- En déduire le domaine de continuité de f .
- 3°- En utilisant la définition, montrer que :
 - a) f est strictement croissante sur $[2, +\infty[$.
 - b) f est strictement décroissante sur $] -\infty, 2[$.
- 4°- Dresser le tableau de variation de f .
- 5°- Répondre par « Vrai » ou « Faux » en justifiant ta réponse :
 - a) l'équation $f(x) = 10$ admet une solution dans $[-2, 1]$.
 - b) l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $[3, 4]$.
 - c) l'équation $f(x) = 2$ admet un unique solution dans $[3, 6[$.

Exercice n° 3 : (4 pts)



Cocher (la) ou (les) réponses correctes :

1°- La fonction f est définie sur :

- a) $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ b) \mathbb{R} c) \mathbb{R}^*

2°- La fonction f est continue sur :

- a) $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ b) $\mathbb{R}^* \setminus \{-3\}$ c) \mathbb{R}

3°- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = +\infty$; b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = 2$; c) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f = -9$; d) $\lim_{x \rightarrow -3^-} f = 1$; e) $\lim_{x \rightarrow -3} f = 2$

4°- La fonction f est :

- a) Strictement décroissante sur $] -\infty , -3]$
 b) Strictement décroissante sur $[-3 , 0]$
 c) Strictement croissante sur $[0 , +\infty[$
 d) Strictement monotone sur $[-3 , +\infty[$

5°- a) L'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[0 , +\infty[$

b) L'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique dans l'intervalle $] -\infty , -3]$

c) L'équation $f(x) = 2$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-3 , 0]$