

EXERCICE N°1 (3points)

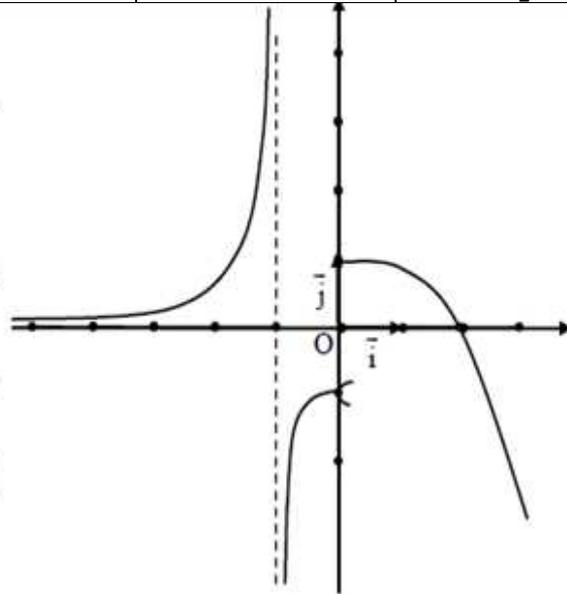
Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Une réponse correcte vaut 0.5 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

Enoncé	Réponse		
	A	B	C
1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} =$	2	$+\infty$	-1
2) si une fonction vérifie pour tout $x \in \mathbb{R}$ $1 - \frac{3}{x} \leq f(x) - 2 \leq 1 + \frac{3}{x}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	3	1	-2
3) si $(3 \ x \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{pmatrix} = 0$ alors $x =$	0	-1	5
4) L'inverse de $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
5) $\det \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ est égal à	21	36	38
6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} =$	1	0	$\frac{1}{2}$

Exercice n°2: (4points)

La figure ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f dans un R.O.N (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- Déterminer par une lecture graphique :
 - L'ensemble de définition de f .
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$
 - $f([-1, 0])$.
- Etudier la continuité de f à droite et à gauche en 0.
- Soit k un réel de $[0, 1]$. Déterminer suivant les valeurs de k le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$.



Exercice n°3: (5 points)

On considère la fonction f définie sur $[-1, +\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} - \frac{3}{2}; & \text{si } x \in [-1, 0[\\ x^3 + 2x - 1; & \text{si } x \in [0, +\infty[\end{cases}$$

- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$. En déduire que f est continue en 0.
- Montrer que f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.
 - Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution dans l'intervalle $[0, 1]$.

Exercice n° 4 : (3 points)

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- 1) Montrer que A est inversible et donner sa matrice inverse A^{-1} .
- 2) Résoudre à l'aide d'un calcul matriciel le système suivant : (S) : $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Exercice n°5:(5points)

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- 1) Vérifier que $B = A + 4I_3$.
- 2) Calculer $\det(A)$ et en déduire que A est inversible.
- 3) a) Calculer A^2 .
b) Vérifier que $A^2 + 5A = -4I_3$.
c) En déduire que $A(B + I_3) = -4I_3$ et déterminer la matrice inverse de A.

Bon travail