

QCM (5 pts) : Cocher la réponse juste

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^2-1} \right) =$ 0 1 $\frac{1}{2}$
- 2) Si une fonction f vérifie : pour tout x non nul $1 - \frac{3}{x} \leq f(x) - 2 \leq 1 + \frac{3}{x}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ est égale à : 3 1 -2
- 3) Si $(3 \ x \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{pmatrix} = 0$ alors x est égal à 0 -1 5
- 4) L'inverse de $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est : $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
- 5) $\det \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ est égal à : 21 36 38

Exercice 1 : (6 pts)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} + 1 & \text{si } x > 0 \\ f(x) = x^3 + x^2 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Etudier la continuité de f en 0 puis justifier la continuité de f sur \mathbb{R} .
- Montrer que f est croissante sur $]0, +\infty[$.
- Montrer que $f(x) = 3$ admet une unique solution dans $[1,9]$.

Exercice 2 : (4 pts)

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

- Montrer que A est inversible.
- Calculer A^{-1} .
- Montrer que $A - A^{-1} = I_2$.

Exercice 3 : (5 pts) On donne les matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} -9 & -2 & 5 \\ 6 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

- Calculer $\det(M)$ et en déduire que M est inversible.
- Calculer $M.N$ puis déduire M^{-1} .
- Résoudre le système $(S) \begin{cases} 2x+2y+z = 1 \\ 3x+y+3z = 0 \\ 5x+4y+3z = 1 \end{cases}$ a l'aide d'un calcul matriciel