

**QCM** (5 pts) : Cocher la réponse juste

- 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x-1}{x^2-1} \right) =$   0  1   $\frac{1}{2}$
- 2) Si une fonction  $f$  vérifie : pour tout  $x$  non nul  $1 - \frac{3}{x} \leq f(x) - 2 \leq 1 + \frac{3}{x}$  alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  est égale à :  3  1  -2
- 3) Si  $(3 \ x \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{pmatrix} = 0$  alors  $x$  est égal à  0  -1  5
- 4) L'inverse de  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  est :   $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
- 5)  $\det \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$  est égal à :  21  36  38

**Exercice 1** : (6 pts)

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} + 1 & \text{si } x > 0 \\ f(x) = x^3 + x^2 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- Etudier la continuité de  $f$  en 0 puis justifier la continuité de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Montrer que  $f$  est croissante sur  $]0, +\infty[$ .
- Montrer que  $f(x) = 3$  admet une unique solution dans  $[1,9]$ .

**Exercice 2** : (4 pts)

Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

- Montrer que  $A$  est inversible.
- Calculer  $A^{-1}$ .
- Montrer que  $A - A^{-1} = I_2$ .

**Exercice 3** : (5 pts) On donne les matrices  $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  et  $N = \begin{pmatrix} -9 & -2 & 5 \\ 6 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

- Calculer  $\det(M)$  et en déduire que  $M$  est inversible.
- Calculer  $M.N$  puis déduire  $M^{-1}$ .
- Résoudre le système  $(S) \begin{cases} 2x+2y+z = 1 \\ 3x+y+3z = 0 \\ 5x+4y+3z = 1 \end{cases}$  a l'aide d'un calcul matriciel