

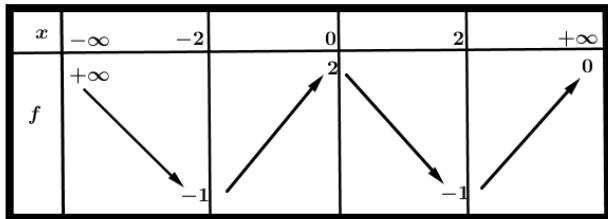
Exercice N° : 1**(4 points)**

Pour chacune des affirmations suivantes, répondre par « VRAI » ou « FAUX ».

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0.5 et une réponse fautive ou l'absence de réponse vaut 0 point.

On donne ci-dessous les variations d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .



- L'équation $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} exactement quatre solutions.
- L'inéquation $f(x) \leq -1$ n'admet pas de solutions dans \mathbb{R} .
- Pour tout réel x , $f(x) \leq 2$.
- $f(]-\infty; 0]) = [-1; +\infty[$
- $f([0; +\infty[) = [0; 2]$
- La matrice inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- Soit la matrice $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ Alors $\det(B) = 2$
- Soit $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2-x} & \text{si } x < 2 \\ \frac{x}{x-1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ Alors f continue sur \mathbb{R} .

Exercice N° : 2**(8 points)**

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2.a) Montrer que pour tout $x < 0$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$

b) Montrer que f est continue en 0.

3.a) Montrer que pour tout réel $x < 0$, $f(x) = \frac{1}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}}}$.

b) Calculer alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

4. Soit g la restriction de f sur $[0 ; +\infty[$.

a) Montrer que g est continue et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

b) En déduire que g réalise une bijection de $[0 ; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

c) Montrer que l'équation $g(x) = \frac{1}{3}$ admet une solution unique $\alpha \in [0 ; +\infty[$ et que $\alpha = \frac{1}{2}$.

Exercice N° : 3 **(8 points)**

Une chaîne hôtelière gère des hôtels, tous de même catégorie, dans les villes de Tabarka, Sousse et Zarzis.

Les prix (en dinars) en pension complète d'une journée et par personne, dépendent de la saison du séjour et sont données dans le tableau suivant :

Villes \ Périodes	Tabarka	Sousse	Zarzis
Haute saison	100	140	60
Moyenne saison	80	80	60
Basse saison	40	40	40

Soit la matrice $P = \begin{pmatrix} 100 & 140 & 60 \\ 80 & 80 & 60 \\ 40 & 40 & 40 \end{pmatrix}$

1. Vérifier que $P^{-1} = \frac{1}{80} \begin{pmatrix} -2 & 8 & -9 \\ 2 & -4 & 3 \\ 0 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

2. Un client choisit d'effectuer un séjour de 14 jours dans les différents hôtels de cette chaîne, composée de la façon suivante :

Quatre jours à Tabarka, quatre jours à Sousse et six à Zarzis.

On associe à ce choix la matrice $M = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$

a) Calculer le produit $P \times M$. En déduire le coût du séjour de ce client pour chacune des trois périodes.

b) Ce client dispose d'un budget de 900 dinars. En quelle saison peut-il séjourner ?

3) Dans un spot publicitaire, la chaîne hôtelière affirme qu'un séjour complet de 14 jours possible au prix de 1080 dinars en haute saison, 920 dinars en moyenne saison et 560 dinars en basse saison.

Comment ce séjour se compose-t-il ?

Bon Travail