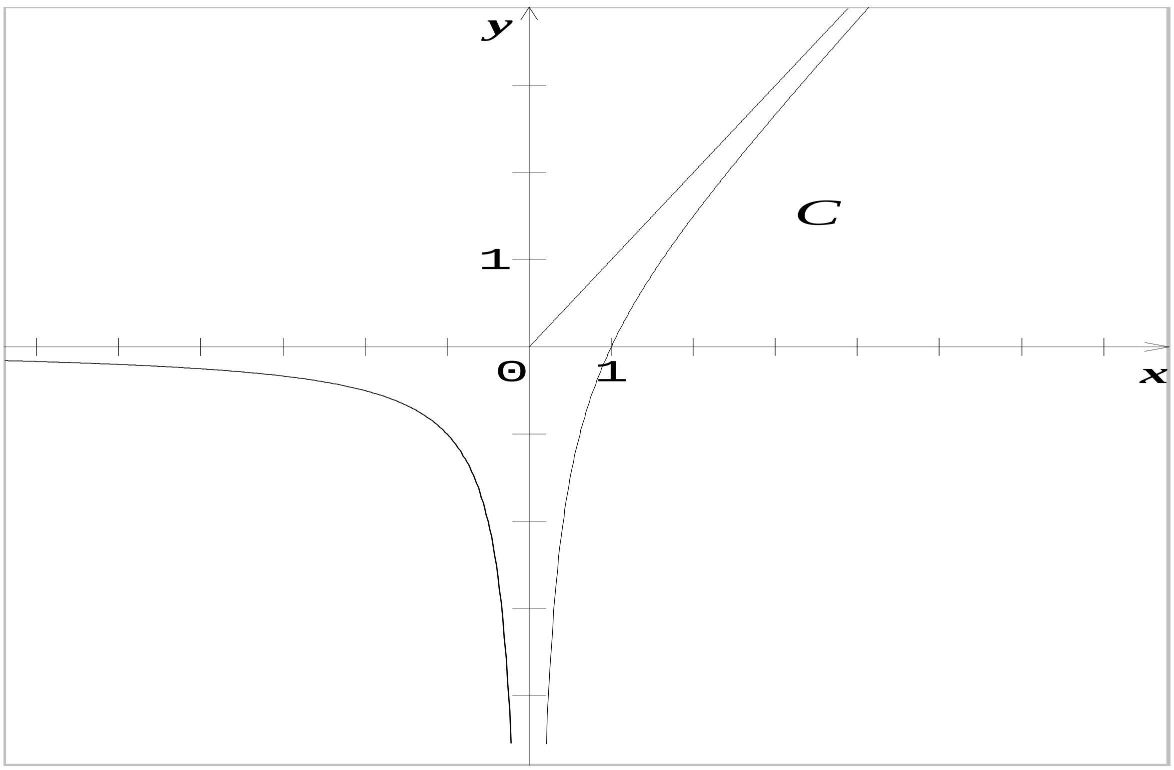
Lycée Mateur

DEVOIR DE CONTRÔLE N:1

Hamda Abbes | Mathematiques 04/11/2014 | 4ECO

EXERCICE :1 (7.5p)

On considére la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ dont la courbe représentative C est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé,et la demi-droite d'équation $y = x$.



1. Déterminer graphiquement :
   (a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   (b) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, la fonction f est -elle continue en 0 ?
   (c) Déterminer les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.
   (d) Préciser les images des intervalles $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$ par la fonction f.
2. Montrer que la fonction f réalise une bijection de $]0; +\infty[$ dans $\mathbb{R}$.
3. Déduire graphiquement $f^{-1}(0)$.
4. Montrer que l'équation $f^{-1}(x) = 2$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.

EXERCICE N:2 (4p)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;3]$ par : $f(x)=2+\sqrt{3-x}$ et g la fonction définie sur $[2;+\infty[$ par : $g(x)=-x^2+4x-1$.

1. Montrer que pour tout $x\in[2;+\infty[$, $(f\circ g)(x)=x$.
2. Montrer que pour tout $x\in]-;3]$, $(g\circ f)(x)=x$.
3. Est-ce que dans cet exemple $g\circ f=f\circ g$? justifier.

EXERCICE N:3 (8.5p)

On considère la matrice $M=\begin{pmatrix}0&2&4\\-1&3&2\\-1&1&4\end{pmatrix}$

1. Calculer M^2, et vérifier que $M^2-5M+6I_3=O_3$.
   (a) En déduire que $M^{-1}=-\dfrac{1}{6}M+\dfrac{5}{6}I_3$.
   (b) Calculer M^{-1}.
2. Soit le système (S) $\begin{cases} \quad\quad 2y+\ 4z= & -1\\ -x+\ 3y+\ 2z= & 1\\ -x+\ \ y+\ 4z= & 3\end{cases}$
   (a) Donner la représentation matricielle du système (S) .
   (b) Résoudre le système (S) .
3. Soit la matrice $A=M-2I_3$.
   (a) Calculer A^2 et A^3.
   (b) En déduire l'expression A^{2014}.