

**EXERCICE 1** (3pts)

Cocher la réponse correcte. (Aucune justification n'est demandée)

1)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2} \right)$  est

a)  $\frac{1}{6}$

b) 0

c)  $\frac{3}{2}$

2) Si une fonction  $f$  vérifie  $\forall x > 0 : f(x) > \frac{1}{x}$  alors  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  est

a) 0

b)  $+\infty$

c)  $-\infty$

3) L'inverse de  $\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  est

a)  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

**EXERCICE 2** (6pts)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} - x, & \text{si } x \leq -1 \\ -x^3 - 3x - 3, & \text{si } x > -1 \end{cases}$

1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) Calculer  $f(1)$ .

2) Montrer que  $f$  est continue en 1.

3) a) Montrer que  $f$  est strictement décroissante sur  $] -1, +\infty[$ .

b) Dédire alors  $f(] -1, +\infty[)$

4) a) Montrer que l'équation :  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha \in ] -1, 0[$ .

b) Donner un encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-1}$  près.

5) Etudier le signe de  $f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ .

**EXERCICE 3** (5pts)

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1) Préciser les valeurs des coefficients  $a_{31}$  et  $a_{21}$  de la matrice  $A$ .

2) Montrer que  $A$  est inversible.

3) a) Calculer  $A^2$

b) Soit  $B = 4A - A^2$ . Vérifier que  $B = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 7 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

c) Calculer  $A \times B$  et en déduire  $A^{-1}$ .

4) Résoudre par un calcul matriciel le système suivant  $(S) : \begin{cases} 2x - y + 3z = -1 \\ -3x + y - z = 5 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$



### **EXERCICE 4** (6pts)

La figure ci –contre est courbe représentative d’une fonction dans un repère orthonormé.

1) Déterminer par une lecture graphique :

a) Le domaine de définition  $D_f$  .

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}}\right)$

c)  $f(]-1, 1[)$

2) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

3) résoudre graphiquement l’équation  $f(x) = 0$ .

**BON TRAVAIL**