

Exercice n°1 : (4 points)

Répondre par « Vrai » ou « Faux », en justifiant la réponse à chacune des affirmations suivantes :

1) L'équation : $x^3 - 3x^2 - x - 1 = 0$, admet une solution dans $] 0, 1 [$

2) Si $f(x) = \frac{1}{x}$ et $g(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$, alors : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x) = 0,5$

3) Si $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} = 11 I_2$, alors : $a = 1$

4) L'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice n°2 : (5, 5 points)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant de A puis déduire que la matrice A est inversible

2)

a) Calculer la matrice $M = 2 I_3 - A$

b) Calculer $A \times M$

c) En déduire la matrice : A^{-1} inverse de A

3) On considère le système (S) :
$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 5 \\ -x - y - z = -2 \\ 10x + 20y + 20z = 30 \end{cases}$$

a) Déterminer l'écriture matricielle de (S)

b) Résoudre alors dans \mathbb{R}^3 , le système (S)

Exercice n°3 :(4 points)

1) Calculer les limites suivantes :

❖ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x^2-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$

2) Soit $f(x) = \frac{x \sin(x)}{x^2+1}$, avec $x \in [0, +\infty[$

a) Montrer que : $\frac{-x}{x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{x}{x^2+1}$

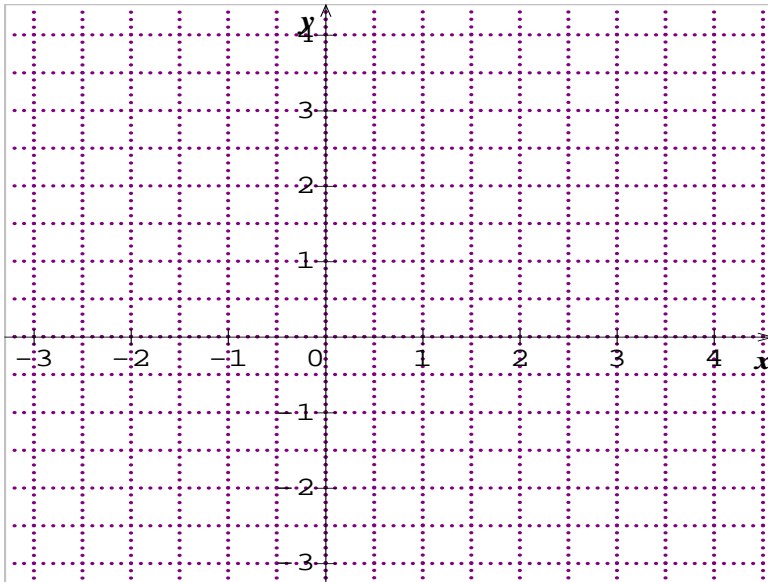
a) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu

Exercice n°4 :(6 , 5 points)

La figure ci – contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R}

Sachant que :

- ❖ la courbe (C) passe par A (0 , - 1) , B (1 , 0) et C (- 1 , 1)
- ❖ L'axe (O , \vec{j}) est une branche parabolique au voisinage $+\infty$
- ❖ La droite d'équation : $y = 2$ est une asymptote au voisinage $-\infty$



1) Par lecture graphique , déterminer :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $f\left(] - \infty , 0 [\right)$

c) Montrer que l'équation : $f(x) = 0$, admet une unique solution α dans l'intervalle $] - 1 , 0 [$

d) En déduire le signe de $f(x)$

2) on considère la fonction g définie sur \mathbb{R} , par :

$$g(x) = \begin{cases} f \circ f(x) & , \text{ si } x \geq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} & , \text{ si } x < 1 \end{cases}$$

a) Déterminer $g(1)$

b) Etudier alors la continuité de g en 1