EXERCICE 1($5pts$)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 & = -2 \\ u_{n+1} & = \frac{2}{3}u_n - 1 \end{cases}$

1. (a) Calculer u_1 et u_2
   (b) justifier alors que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
2. (a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_n > -3$
   (b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
   (c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
3. Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n + 3$
   (a) Calculer v_0
   (b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raisan $q = \frac{2}{3}$
4. (a) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
   (b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

EXERCICE 2($6pts$)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{1}{x} - 1 + \ln x$

1. (a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
   (b) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.
2. (a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et $f'(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$
   (b) Dresser le tableau de variation de f .
3. (a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.
   (b) Montrer que le $I(2, f(2))$ est un point d'inflexion pour (ξ_f).
   (c) Ecrire une équation de la tangente T à (ξ_f) en I.
4. Tracer T et (ξ_f) dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$

EXERCICE 3($4pts$)

Soit$f$ la fonction définie sur $]-3, +\infty[$par$f(x) = \dfrac{x}{x+3}$ et F la primitive de$f$sur $]-3, +\infty[$ qui s'annule en 0.

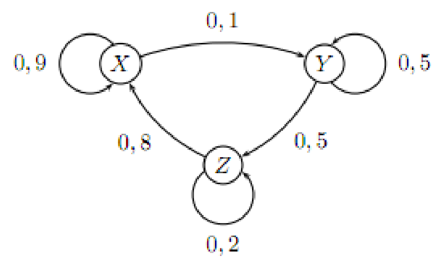
1. Etudier les variations de la fonction F sur $]-3, +\infty[$.
2. Etudier le signe de $F(x)$ sur $]-3, +\infty[$.
3. Soit g la fonction définie sur $]-3, +\infty[$ par : $g(x) = F(x) - x$

(a) Montrer que g est décroissante sur $]-3, +\infty[$

(b) En déduire que : si $x > 0$, alors $F(x) < x$.

EXERCICE 4(5pts)

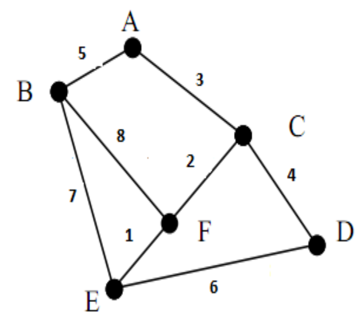
1. On donne le graphe (G) ci -dessous:



(a) Vérifier que (G) est un graphe probabiliste.

(b) Donner la matrice de tansition associée au graphe (G).

2. A partir de ce graphe



(a) Compléter le tableau en indiquant les distances entre les sommets.

	A	B	C	D	E	F
A	-					
B	-	-				
C	-	-	-			
D	-	-	-	-		
E	-	-	-	-	-	
F	-	-	-	-	-	-

(b) Quel est le diamètre de ce graphe?

3. (a) Déterminer le poid de la chaine $A - C - F - B$.

(b) Déterminer la plus courte chaine à partir de B jusqu'a D en utilisant l'algorithme de Dijkstra.