Mathématique *contrôle 02* *Kchoum* *2017*

Ex1 :

semaine n° i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
recette du lundi : X	46	63	56	60	56	52	50	48	49	57
recette du samedi : Y	75	92	85	86	84	74	70	68	69	81

1°) Représenter le nuage des points correspondant à cette série statistique dans un repère orthonormé.
On prendra pour point d'intersection des axes le point de coordonnées (40, 60) et 1 cm pour représenter 2000 D.
2°) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer G sur le graphique.
3°) Ajustement affine par partition du nuage.
On appelle G_1 et G_2 les points moyens des sous-nuages constitués respectivement par les semaines numérotées de 1 à 5 et celles numérotées de 6 à 10.

a) Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 . Déterminer une équation de la droite (G_1 G_2). Tracer cette droite sur le graphique.

b) Déduire de la question 3°) a) une estimation de la recette du samedi dans le cas où la recette du lundi de la même semaine est de 66 000 D

4°) Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.

a) Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X et tracer cette droite sur le graphique.

b) Déterminer une nouvelle estimation de la recette du samedi dans le cas où celle du lundi est de 66 000 D, en utilisant cette deuxième méthode.

◈ Exercice 2 :

Un relevé statistique des tailles X en cm et des masses Y en kg d'un échantillon de 100 collégiens a permis de construire le tableau suivant :

X \ Y	[40, 45 [	[45, 50 [	[50, 55 [	[55, 60 [
[150, 155 [	18	10	2	0
[155, 160 [	3	16	5	1
[160, 165 [	0	5	13	5
[165, 170 [	0	2	6	14

1°) Déterminer la valeur moyenne et la variance de chacun des caractères X et Y.
2°) Déterminer la droite de régression de Y en X.
3°) Calculer le coefficient de corrélation linéaire du couple (X, Y).

◈ Problème [redacted]

1°) Soit la fonction φ définie sur l'intervalle] 1, + ∞ [par :

$$\varphi(x) = \frac{x}{x-1} + \operatorname{Log}(x-1)$$

Etudier les variations de la fonction φ et en déduire que l'on a : φ (x) > 0 pour tout x de l'intervalle] 1, + ∞ [.
2°) Soit la fonction f définie sur l'intervalle] 1, + ∞ [par : $f(x) = x \operatorname{Log}(x-1)$.
On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

a) Etudier les variations de la fonction f.

b) Montrer que le point I (2, 0) est un point d'inflexion pour la courbe (C) et écrire une équation cartésienne de la tangente à (C) au point I.

c) Déterminer l'intersection de (C) avec la droite D d'équation y = x.

d) Tracer la courbe (C).

3°) a) Montrer que f est une bijection de l'intervalle] 1, + ∞ [sur R.

b) Soit f^{-1} la fonction réciproque de f ; étudier la dérivabilité de f^{-1} et calculer $(f^{-1})'(e+1)$.

c) Tracer dans le même repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, la courbe (C ') représentative de f^{-1}.

4°) a) Vérifier que pour tout x de l'intervalle] 1, + ∞ [on a :

$$\frac{x^2}{x-1} = x + 1 + \frac{1}{x-1}.$$

b) En utilisant le résultat précédent et en faisant une intégration par parties calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations : x = 2 et y = x.

c) En déduire l'aire $\mathcal{A}'$ de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (C').

info : 98 501 442 (correction ou aide).

statistique et logarithme.