

L.Nasrallah Le 31 /03/2016 Durée : 2H	Devoir de contrôle N°3 Mathématiques	Classe : 4^{ème} Eco 3 Prof :BenTaiebLotfi
---	---	---

Exercice 1 : (4 points)

Choisir la bonne réponse

1) Soit la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par $U_n = -1 + (0,9)^n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \quad \text{a) } -1 \quad \text{b) } 0 \quad \text{c) } +\infty \quad \text{d) } 0,9$$

2) Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{2}{3}$

$$\text{Alors la variance } V(X) = \quad \text{a) } 2 \quad \text{b) } \frac{2}{3} \quad \text{c) } 3 \quad \text{d) } \frac{4}{3}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} x - e^x = \quad \text{a) } +\infty \quad \text{b) } -\infty \quad \text{c) } 0 \quad \text{d) } 1$$

Exercice2 : (7 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x-1+ e^x$

1)a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b. Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x-1) = 0$. Interpréter le résultat graphiquement.

c. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter le résultat graphiquement.

2)a. Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = 1 + e^x$

b. Dresser le tableau de variation de f .

3) Donner l'équation de la tangente T à ζ au point d'abscisse 0.

4) Tracer T et ζ dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

5) a. Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J que l'on déterminera.

b. Tracer ζ' de la fonction f^{-1} dans le même repère.

Exercice 3 : (6 points)

Soit (U_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$

- 1) a. Montrer par récurrence que $U_n > -1$
b. Montrer que la suite U_n est décroissante.
c. Dédire que la suite U_n est convergente.
- 2) Soit $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$. Vérifier que $L = \frac{L-1}{L+3}$ puis déterminer L .
- 3) Soit (V_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $V_n = \frac{1}{U_n + 1}$
 - a. Montrer que V_n est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$ et donner son premier terme v_0
 - b. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
 - c. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 4 : (4 points)

Soit (U_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{U_n}{1+2U_n}$

- 1) a. Calculer U_1 et U_2 .
b. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n > 0$.
- 2) a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} - U_n = \frac{-2U_n^2}{1+2U_n}$
b. En déduire que la suite U_n est décroissante.
c. Prouver alors, que U_n est convergente.
- 3) a. Calculer le réel L tel que $L = \frac{L}{1+2L}$
b. En déduire la limite de la suite (U_n) .