Chortani A.	Devoir de Synthèse	4 éco.
Lycée Bembla	n°1	Déc. 2006

Exercice n°1 :hors programme

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

(E) : $z^2 - 2iz - 4 = 0$

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

2) On donne dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$ les points A, B et C d'affixes respectives :

$z_A = -i$; $z_B = \sqrt{3} + i$ et $z_C = -\sqrt{3} + i$

a) Ecrire sous forme exponentielle z_A , z_B et z_C

b) Placer dans le repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$ les points A, B et C

c) Montrer que ABC est un triangle isocèle.

Exercice n°2 :

Soit $f : IR \to IR$

$x \to x^3 + 3x - 1$

1°/ a) Montrer que f est dérivable sur IR.

b) Calculer $f'(x)$ pour chaque $x \in IR$.

c) Dresser le tableau des variations de f.

2°/ Déterminer l'image de IR par f.

3°/ On considère l'équation (E) : $x^3 + 3x - 1 = 0$

a) Montrer que (E) admet une unique solution dans]0, 1[notée α.

b) Montrer que (E) n'admet pas de solutions dans chacun des intervalles $]-\infty,0]$ et $[1, +\infty[$.

c) En déduire le signe de $f(x)$.

Exercice n°3 :

Soit $f : IR \to IR$

$x \to \sqrt{x^2+1} + 2x + 1.$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormé $(o ; \vec{i} ; \vec{j})$

1°/ a) Montrer que : $\mathcal{C}$ admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique Δ_1

b) Etudier la position relative de $\mathcal{C}$ et Δ_1.

2°/ a) Montrer que $\mathcal{C}$ admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote oblique Δ_2

b) Etudier a position relative de $\mathcal{C}$ et Δ_2.

3°/ a) Etudier les variations de f.

b) Tracer $\mathcal{C}$.

****