Prof : Mr .Jaouahdou Tharouat
L . S . Ibn Rachik . Kairouan

Classe : 4éme.Eco1;2
Durée : 2 heures

Devoir de Synthèse n°1

Exercice n°1 : (10 pts)

1°- Déterminer les racines carrées du nombre complexe $u = -8 + 6i$.

2°- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_1) : z^2 + (-1+i)z + 2 - 2i = 0$.

3°- Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$, on désigne par A et B les points d'affixes respectifs $(1+i)$ et $(-2i)$

a) Placer les points A et B

b) Calculer AB

4°- Soit l'équation $(E_2) : z^2 + (-7+3i)z + 12 - 12i = 0$

a) Vérifier que $z_1 = 4$ est une solution de l'équation (E_2).

b) En déduire la deuxieme solution z_2

5°- Soient C et D les points d'affixes respectifs z_1 et $3 - 3i$

a) Quel est la nature du triangle ABC ?

b) Soit I le milieu de $[BC]$. Déterminer l'affixe du point I.

c) Montrer que les points A, B et C sont sur un meme cercle ζ dont-on déterminera le centre et le rayon.

d) Vérifier que le point D est sur ce cercle ζ.

e) Quel est donc la nature du triangle BDC.

6°- Que peut- on dire du quadrilatère ABDC ? Justifier ta réponse .

7°- Soit Δ la droite tangente au cercle ζ en A . Montrer que Δ et (BC) sont paralléles.

Exercice n°2 : (10 pts)

Soit la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$

1°- a) Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites aux bornes.

b) Montrer que f est continue sur $[0, +\infty[$.

c) Montrer que f est stictement croissante sur $[0, +\infty[$.

d) Dresser le tableau de variation de f

2°- En déduire que f réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera

3°- Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$

a) Etudier la position relative de ζ_f par rapport à la droite Δ d'équation $y = x$.

b) construire ζ_f et $\zeta_{f^{-1}}$ dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

4°- a) Montrer graphiquement puis par les calculs que l'équation $f(x) = 1$ admet un unique solution α dans $[0, +\infty[$

b) Vérifier que : $0 < \alpha < \dfrac{3}{2}$

5°- Trouver α , puis la comparer au résultat du (4°-)

6°- a) Déterminer le domaine de continuité de f^{-1} en justifiant ta réponse

b) Déterminer le sens de variation de f^{-1} en justifiant ta réponse

c) Dresser le tableau de variation de f^{-1}

7°- L'équation $f^{-1}(x) = 1$ admet -elle de solution dans $[2, 3]$? Dire pourquoi .

8°- Donner l'expression de $f^{-1}(x)$.