

Exercice 1(3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse proposée est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} tel que $f(1)=2$ alors

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{x-1}{x}\right) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 2$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1$

2) f une fonction dérivable sur \mathbb{R} vérifiant $f'(2) = 0$ alors :

a) La courbe de f admet une tangente horizontale au point d'abscisse 2.

b) La courbe de f admet une tangente vertical au point d'abscisse 2.

c) La courbe de f admet nécessairement un extremum au point d'abscisse 2.

3) f une fonction dérivable sur \mathbb{R} vérifiant $f(2)=f(5) = 1$ alors l'équation $f'(x)=0$ admet] 2,5[

a) Au moins une solution

b) Exactement une solution

c) Aucune solution

Exercice 2 (4 points)

Dans chacun des cas suivants déterminer le domaine de dérivabilité de f et sa fonction dérivée f'

1) $f(x) = \sqrt{x^4 + 5x^2}$

2) $f(x) = (x^2 + \sqrt{x})^5$

3) $f(x) = (x - 1)(x + 3)^4$

4) $f(x) = x\sqrt{x+1}$

Exercice 3 (6 points)

On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -15 & 10 & 8 \\ -8 & 6 & 4 \\ -24 & 15 & 13 \end{pmatrix}$$

- 1) a) Calculer le déterminant de la matrice A
- b) En déduire que A est inversible
- 2) Calculer A^2 .
- 3) Vérifier que $A^2 - 3A + 2I_3 = 0$; en déduire l'expression la matrice inverse de A.
- 4) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant : $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Exercice 4 (7 points)

Soit $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$. On désigne par (C) sa courbe dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) a) Montrer que f est définie sur $I =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.
- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- c) Etudier la dérivabilité de f à gauche en -1 et à droite en 1 , interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 2) a) Montrer que $f'(x) > 0$ si $x > 0$ et $f'(x) < 0$ si $x < 0$.
- b) Dresser le tableau de variation de f
- c) Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet sur $]1, +\infty[$ une unique solution α puis vérifier que $\alpha \in]1, 2]$
- 3) a) Montrer que la restriction g de f sur $]1, +\infty[$ est une bijection.
Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in]1, +\infty[$