

Professeur :Mr :Imededdine Blibech

Devoir de synthèse N°1

4écol

Exercice1 :4points

Donner la bonne réponse en justifiant le 2) et 3)

Soit f une fonction définie sur IR par $f(x) = x^2 - 3x + 1$

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$ est égale à :

a) 1	b) $+\infty$	c) -2
------	--------------	-------

2) soit $x > 0$ on pose $g(x) = f(\sqrt{x})$ alors $g'(x)$ est égale à

a) $2\sqrt{x} - 3$	b) $2\sqrt{x} - 3$	c) $\frac{2\sqrt{x} - 3}{2\sqrt{x}}$
--------------------	--------------------	--------------------------------------

3) Sur l'intervalle $I =]\frac{3}{2}; +\infty[$ f réalise une bijection de I sur J alors J est égal à :

a) I	b) $]0; +\infty[$	c) $] -\frac{5}{4}; +\infty[$
------	-------------------	-------------------------------

4) f^{-1} la réciproque de f est dérivable sur $J = f(I)$ de la question 3) et $(f^{-1})'(1)$ est égal à

a) 1	b) -1	c) $\frac{1}{3}$
------	-------	------------------

Exercice 2 : 10points

I) Soit x un réel et $f(x) = x^3 - 3x + 1$ et (Cf) sa courbe dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}; \vec{j}$) voir annexe

- 1) Montrer que f est dérivable sur IR
- 2) Etudier les variations de f
- 3) Montrer que $f(x) = 0$ possède exactement trois solutions a ,b et c (avec $a < b < c$)
vérifier que : $-1,9 < a < -1,8$ que : $0,3 < b < 0,4$ et que : $1,5 < c < 1,6$
- 4) Déterminer alors le tableau de signe de f(x) et déduire la position de (Cf) par rapport à l'axe des abscisses
- 5) a) Montrer que (Cf) possède un point d'inflexion I que l'on précisera les coordonnées
b) Montrer q' une équation de la tangente (T) au point I est (T) : $y = -3x + 1$
c) Soit x un réel et $g(x) = f(x) - (-3x + 1)$ étudier le signe de g(x) puis étudier la position relative de (Cf) par rapport à T
d) Tracer T ainsi que les tangentes horizontales sur la figure donnée

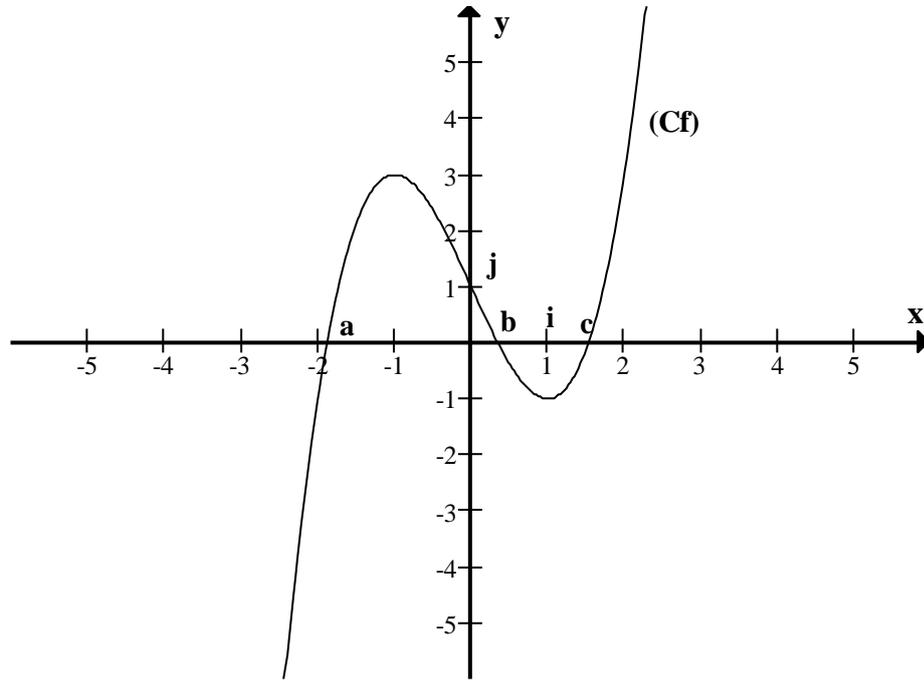
II) soit h la restriction de f sur l'intervalle $[1, +\infty[$ signifie pour $x > 1$ on pose $h(x) = f(x)$

a) Montrer que h réalise une bijection de $[1, +\infty[$ vers J à préciser

b) On note h^{-1} la fonction réciproque de h calculer $h(0)$ et montrer que $(h^{-1})'(0) = \frac{1}{3c^2 - 3}$

Nom :.....

Prénom :.....



Exercice 3 :6points

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

1) Montrer que A est inversible

2) Soit $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ calculer $A \times B$ et en déduire A^{-1}

3) Résoudre le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} 2x + y - 3z = 5 \\ 2y = 0 \\ x - y + 4z = -3 \end{cases}$$