EXERCICE 1($8pts$)

La courbe C_f ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $[0,+\infty[$

1. On utilisant le graphique , déterminer:
   (a) $f(0)$, $f'_d(0)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
   (b) Le tableau de variation de f.
   (c) Montrer que f est une bijection de $[0,+\infty[$ sur $]-1,4]$
2. La fonction f représentée à pour expression $f(x)=\dfrac{4-x^2}{1+x^2}$, pour tout $x\in[0,+\infty[$
   (a) Vérifier que f est dérivable sur $[0,+\infty[$ et que $f'(x)=\dfrac{-10x}{(1+x^2)^2}$
   (b) Ecrire l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 2.
3.
   (a) Calculer $f^{-1}\left(\dfrac{1}{4}\right)$ et $(f^{-1})'\left(\dfrac{1}{4}\right)$
   (b) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]-1,4[$
   (c) Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le repère $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$
4. Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$.
5. Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x)=f(x)-x$
   (a) Montrer que g est décroissante sur $[0,+\infty[$.
   (b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique $\alpha\in\left]1,\dfrac{3}{2}\right[$.

EXERCICE 2($5pts$)

On considère la matrice carrée $M=\begin{pmatrix}2&-1&-1\\3&4&-2\\3&-2&4\end{pmatrix}$

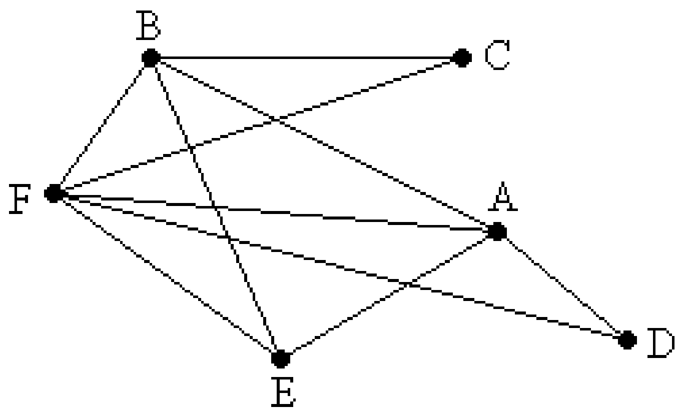
1. (a) Calculer $d\acute{e}t(M)$.
   (b) En déduire que M est inversible.
2. Montrer que $M^{-1}=\dfrac{1}{60}\begin{pmatrix}12&6&6\\-18&11&1\\-18&1&11\end{pmatrix}$
3. On considère le système suivant (S) : $\begin{cases}2x-y-z&=&4\\3x+4y-2z=11\\3x-2y+4z=11\end{cases}$

(a) Donner l'écriture matricielle du système (S).

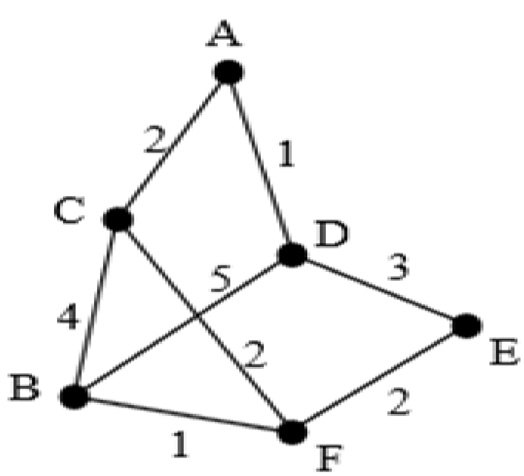
(b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}^3$ le système (S).

EXERCICE 3 $(7pts)$

On considére le graphe (G_1)ci-dessous:



1. (a) Déterminer l'ordre du graphe (G_1)
   (b) Ce graphe est - il connexe? justifier
2. (a) Donner le dégre du sommet E.
   (b) (G_1) admet - il cycle eulérien? Justifier.
3. (a) Donner le dégre de chacun des sommets de (G_1).(sous forme d'un tableau)
   (b) Montrer que (G_1) admet au moins une chaine eulérienne.
   (c) Donner un exemple de chaine eulérienne de (G_1)
4. (a) Déterminer un sous graphe complet de (G_1) ayant le plus grand ordre possible.
   (b) Montrer que $4 \leq \gamma(G_1) \leq 6$
   (c) En proposant un coloriage du graphe (G_1), déterminer $\gamma(G_1)$.
5. On considère le graphe pondéré (G_2) ci - dessous .
   (a) Déterminer le poids de la chaine: $A - D - E - F - C$
   (b) Trouver la plus courte chaine réliant A et B.



Annexe à rendre avec la copie