

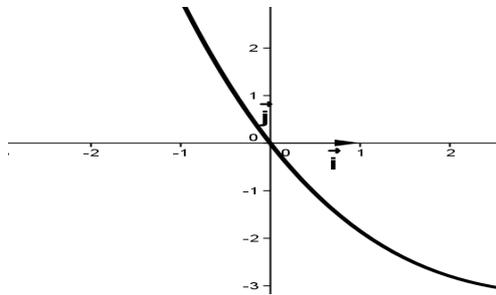
DEVOIR DE SYNTHÈSE N° : 02

Exercice 1 (3 points)(bca)

1) une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=(x-1)^2$ est :

- a) $F: x \mapsto \frac{1}{2}(x-1)^3$ b) $F: x \mapsto \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 2010$ c) $F: x \mapsto 2(x-1)$

2) Soit φ la courbe d'une fonction f continue sur \mathbb{R} et F une primitive de f sur \mathbb{R} , alors le sens de variation de F sur $[-1,2]$ est le suivant



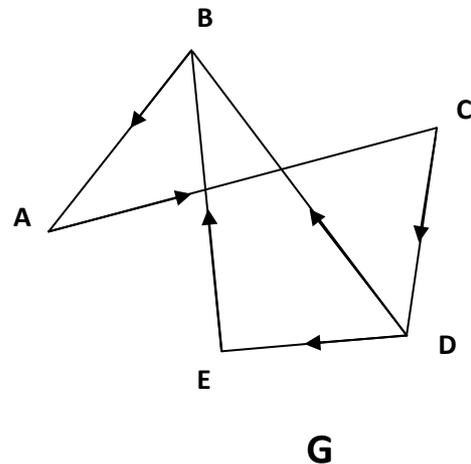
a)	b)	c)																						
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;">x</td> <td style="width: 33%;">-1</td> <td style="width: 33%;">2</td> </tr> <tr> <td>F(x)</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">→</td> </tr> </table>	x	-1	2	F(x)	→		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;">x</td> <td style="width: 33%;">-1</td> <td style="width: 33%;">0</td> <td style="width: 33%;">2</td> </tr> <tr> <td>F(x)</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">↘ F(0) ↗</td> </tr> </table>	x	-1	0	2	F(x)	↘ F(0) ↗			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;">x</td> <td style="width: 33%;">-1</td> <td style="width: 33%;">0</td> <td style="width: 33%;">2</td> </tr> <tr> <td>F(x)</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">↗ F(0) ↘</td> </tr> </table>	x	-1	0	2	F(x)	↗ F(0) ↘		
x	-1	2																						
F(x)	→																							
x	-1	0	2																					
F(x)	↘ F(0) ↗																							
x	-1	0	2																					
F(x)	↗ F(0) ↘																							

3) Si u est une suite géométrique de raison $\ln(2)$ alors la limite de u est :

- a) 0 b) $+\infty$ c) $\ln(2)$

Exercice 2 (5 points)

Soit le graphe G ci contre



- | | |
|-----|--|
| 1 | 1) Donner une chaîne orientée reliant D à C |
| 1 | 2) Donner une chaîne orientée reliant B à E |
| 0.5 | 3) Peut-on déterminer un cycle orienté d'origine et d'extrémité A ? Justifier votre réponse. |
| 0.5 | 4) a) Donner une matrice de G |
| 1 | b) Combien d'arrêtes orientées sortant de D |
| 0.5 | c) Combien d'arrêtes orientées arrivant à B ? |
| 0.5 | |

Exercice 3(5 points)

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = \alpha$ et $2u_{n+1} = u_n + 4$

- 1) Montrer que si $\alpha = 4$ alors la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est constante
- 2) On suppose que $\alpha = 1$
- a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n $u_n \leq 4$
- b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante.
- 3) On suppose que $\alpha = 5$
- a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n $u_n \geq 4$
- b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.

Exercice 4(7 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3 + (x-1)e^{-x}$.

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unités graphiques 1 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.)

- 0.5 1) Calculer $f(0)$
- 0.5 2) a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
- 1 b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ Interpréter graphiquement ce résultat.
- 0.75 3) Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra remarquer que, : $f(x) = 3 + \frac{x}{e^x} - e^{-x}$.)
Interpréter graphiquement ce résultat.
- 0.5 2) a) Montrer que, pour tout réel x : $f'(x) = (2-x)e^{-x}$,
b) Dresser le tableau de variations de f .
- 1 4) a) Ecrire une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0
- 1 b) Tracer la courbe C et la tangente T dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 0.75 5) Montrer que la fonction F définie sur \mathbb{R} par : $F(x) = x(3 - e^{-x})$, est une primitive de f sur \mathbb{R} .